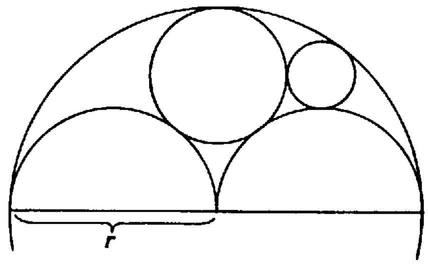
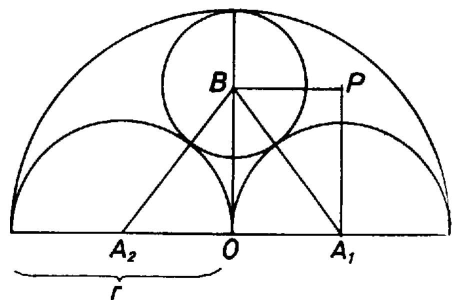
Használjuk a *2. ábra* jelöléseit. Legyen a B középpontú k_1 kör sugara r_1.



1. ábra



2. ábra

Az érintkezés miatt$A_1B = \frac{r}{2} + r_1$, és $OB = r - r_1$. Ezért a Pitagorasz tétel szerint $\left(\frac{r}{2}\right)^2 + (r - r_1)^2 = \left(\frac{r}{2} + r_1\right)^2$, és ebből $r_1 = \frac{r}{3}$. Egészítsük ki a BOA_1 derékszögű háromszöget téglalappá, legyen a negyedik csúcs P. Az ábráról láthatjuk, hogy a téglalap oldalai $OB = r - r_1 = \frac{2}{3}r$ és $OA_1 = \frac{r}{2}$. A P pont távolsága a B középpontú körtől $PB - r_1 = OA_1 - r_1 = \frac{r}{2} - \frac{r}{3} = \frac{r}{6}$, az A_1 középpontú körtől $PA_1 - \frac{r}{2} = OB - \frac{r}{2} = \frac{2}{3}r - \frac{r}{2} = \frac{r}{6}$, végül P távolságra az O középpontú körtől $r - OP = r - \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2} = r - \frac{5}{6}r = \frac{r}{6}$. Tehát a P pont mindhárom körtől $\frac{r}{6}$ távolságra van, és így a P köré rajzolt $\frac{r}{6}$ sugarú kör a k, k_0 és k_1 körök mindegyikét érinti.

Csörnyei Marianna (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések:

1. Több megoldónk a k_1 kör sugarának kiszámítása után a feladat megoldását koordináta-geometriai módszerekkel folytatta, pl. így: A legkisebb kör középpontjának koordinátái $(x; y)$, sugara r_1. A három érintendő kör középpontjának és $(x; y)$-nak a távolságát fölírva háromismeretlenes egyenletrendszert kapunk, amelyből r_1 meghatározható.

2. Jelöljük a P középpontú kört k_2-vel. Legyen továbbá k_3 a k kört belülről, a k_0 és k_2 kört kívülről érintő kör. Hasonlóan értelmezzük a $k_4, k_5, \ldots$ köröket. *Dőtsch András* a feladatot általánosítva azt bizonyította, hogy a k_n kör r_n sugara:

$r_n = \frac{r}{n^2 + 2}$; $(n = 0, 1, 2, \ldots)$.

3. Ha a k_n kör középpontja P_n, akkor az előbbi eredmény szerint
$OP_n + A_1P_n = r - \frac{r}{n^2 + 2} + \frac{r}{2} + \frac{r}{n^2 + 2} = \frac{3}{2}r$. Ez azt jelenti, hogy a P_n pontok, közöttük P és B is, arra az ellipszisre illeszkednek, amelynek fókuszai O és A_1, nagytengelyének hossza pedig $\frac{3}{2}r$.