1993-02-068-1.eps

Először bebizonyítjuk, hogy a tetraéder köré írt paralelepipedon téglatest. Legyenek a tetraéder csúcsai A, B, C, D, a köré írt paralelepipedon további csúcsai pedig $A^{'}$, $B^{'}$, $C^{'}$, $D^{'}$. Húzzunk a C és D pontokon át az $A^{'}B^{'}$-vel párhuzamos c és d egyeneseket. Ezektől az egyenesektől $A^{'}$ és $B^{'}$ egyenlő távolságra van, hiszen az $A^{'}CB^{'}D$ négyszög paralelogramma. Ugyancsak egyenlő távolságra van e két egyenestől A és B, hiszen a DAB és CAB háromszögek D, illetve C-ből húzott magassága egyenlő. Ezért az $ABB^{'}A^{'}$ négyszög síkja merőleges a c és d egyenesek síkjára, azaz a paralelepipedon $A^{'}CB^{'}D$ lapjára. Ugyanígy belátható, hogy a $CC^{'}D^{'}D$ négyszög síkja is merőleges az $A^{'}CB^{'}D$ lapra. De akkor e két sík metszésvonala – *ábránkon* ez az $OO^{'}$ egyenes – is merőleges az $A^{'}CB^{'}D$ lapra. A paralelepipedon tulajdonságaiból nyilvánvaló, hogy $OO^{'}$ párhuzamos $AA^{'}$-vel, tehát ez az él is merőleges az említett lapra.

Hasonlóan belátható a paralelepipedon bármelyik éléről, hogy a paralelepipedon valamelyik (két) lapjára merőleges, ezért a paralelepipedon téglatest. Emiatt a beleírt tetraéder mindegyik lapjának oldalai a téglatest lapátlói, tehát a lapok egybevágók.