Osszuk el az egyenletet 2-vel és írjunk $\frac{1}{2}$ helyére $\sin\frac{\pi}{6}$-ot, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ helyére $\cos\frac{\pi}{6}$-ot:

$$\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2},$$
$$\sin\frac{\pi}{6}\cos x + \cos\frac{\pi}{6}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

A $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$ azonosság alapján a bal oldalon $\sin(x+\frac{\pi}{6})$ áll, azaz

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ennek megoldásai: $x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$, azaz $x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi$ és $x + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4} + 2l\pi$, azaz $x = \frac{7\pi}{12} + 2l\pi$, ahol k, l tetszőleges egész számok.

Megjegyzések. 1. Az egyenletet meg lehet oldani úgy is, hogy a bal oldalról az egyik tagot, pl. $\cos x$-et kifejezzük, négyzetreemelünk és $\cos^2 x$ helyére $(1-\sin^2 x)$-et írunk:

$$\cos\ x = \sqrt{2} - \sqrt{3}\sin x,$$
$$\cos^2 x = (\sqrt{2} - \sqrt{3}\sin x)^2,$$
$$1 - \sin^2 x = 2 - 2\sqrt{6}\sin x + 3\sin^2 x.$$

Ezzel $\sin x$-re másodfokú egyenletet kapunk, amit meg tudunk oldani.

Ennek a módszernek az a hátránya, hogy a négyzetre emelés során hamis gyökök is keletkezhetnek.

2. A megoldásban látotthoz hasonló módon meg lehet oldani minden

$$A\sin x + B\cos x = C$$

alakú egyenletet, ahol természetesen A és B nem lehet egyszerre 0.

Az egyenletet először úgy próbáljuk elosztani egy számmal, hogy a bal oldalon szereplő két együttható valamilyen számnak a koszinusza és szinusza legyen. Ez pontosan akkor teljesül, ha a két együttható négyzetösszege 1.

Könnyű ellenőrizni, hogy ez $\sqrt{A^2+B^2}$-tel való osztással elérhető:

$$\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}\sin x + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\cos x = \frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}}.$$

Legyen α olyan szám, amelyre $\cos\alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$ és $\sin\alpha = \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}$. Ekkor az egyenlet így alakul:

$$\sin(x+\alpha) = \frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}};$$

ennek megoldásai:

$$x = \arcsin\frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}} + 2k\pi - \alpha$$

és

$$x = -\arcsin\frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}} + (2l+1)\pi - \alpha,$$

ahol k, l tetszőleges egész számok.

Az egyenletnek pontosan akkor van megoldása, ha $\left|\frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right| \leqslant 1$, azaz $C^2 \leqslant\ A^2 + B^2$.