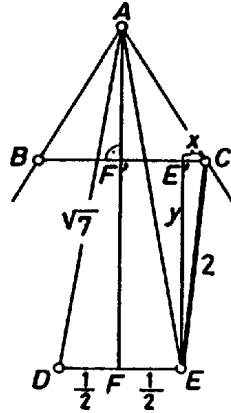
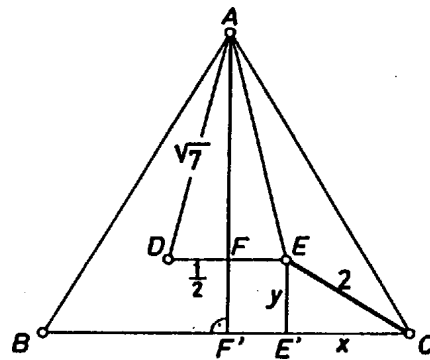


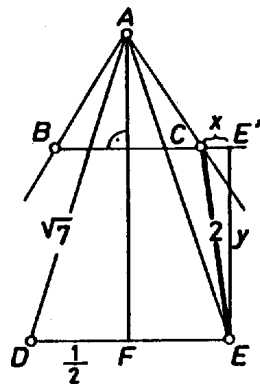
Az öt pont az 1., 2. és 3. ábra szerint helyezkedhet el. A feltételek alapján $AD = AE = \sqrt{7}$, és $DE = 1$, továbbá $BD = CE = 2$ vagy $CD = BE = 2$.



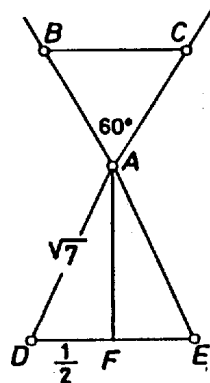
1. ábra



2. ábra



3. ábra



4. ábra

A 4. ábra szerinti helyzet azért nem lehetséges, mert ekkor $EC > 2$ lenne. Használjuk az ábrák jelöléseit. Legyen mindegyik ábrán $E'C = x$ és $FF' = EE' = y$.

Először az 1. és 2. ábrák szerinti eseteket nézzük. Az ábrák alapján $AF = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ és $AF' = \frac{\sqrt{3}}{2}(2x+1)$. Feladatunk megoldásához elegendő x -et meghatározni. Ez mindegyik ábrának megfelelően vagy az $EE'C$, vagy pedig az $EE'B$ derékszögű háromszögekből történik. Az előbbi esetben

$$(1) \quad x^2 + y^2 = 4, \quad \text{a másikban pedig}$$

$$(2) \quad (x+1)^2 + y^2 = 4.$$

Mindkét esetben $EE' = y = |AF' - AF| = \left| \frac{\sqrt{3}}{2}(2x+1) - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right| = \sqrt{3}|x-1|$. Ennek megfelelően (1)-ből: $x^2 + 3(x-1)^2 = 4$, (2)-ből pedig $(x+1)^2 + 3(x-1)^2 = 4$. Ezekből az egyenletekből az $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{4}$, ill. az $x = 0$, $x = 1$ megoldásokat kapjuk, amelyekből $x \geq 0$ miatt az $x = \frac{3 + \sqrt{13}}{4}$, $x = 0$ és $x = 1$ felel meg. Ezért a szabályos háromszög $BC = 2x + 1$ oldala 1, 3, $\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$ lehet.

A 3. ábra szerinti esetben annyi a változás, hogy $AF' = \frac{\sqrt{3}}{2}(1-2x)$ és $EE' = y = AF - AF' = \sqrt{3}(x+1)$. Az $EE'C$ vagy $EE'B$ derékszögű háromszögből

$$(3) \quad x^2 + y^2 = 4, \quad \text{illetve}$$

$$(4) \quad (1-x)^2 + y^2 = 4.$$

Ezután (3), illetve (4)-ből a következő másodfokú egyenleteket kapjuk:

$$\begin{aligned} x^2 + 3(x+1)^2 &= 4, & \text{illetve} \\ (1-x)^2 + 3(x+1)^2 &= 4. \end{aligned}$$

Ezeket az egyenleteket megoldva: $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{4}$, illetve $x = 0$, $x = -1$. Mivel x nem negatív, $x = \frac{-3 + \sqrt{13}}{4}$, és $x = 0$ lehetséges. Ezért a szabályos háromszög $BC = 1 - 2x$ oldala most 1 vagy $\frac{5 - \sqrt{13}}{2}$ lehet.

Az eredményeket összevetve azt látjuk, hogy a feladatnak négy megoldása van: 1, 3, $\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$, $\frac{5 - \sqrt{13}}{2}$.

A feltételek alapján egyébként az öt pont könnyen meg is szerkeszthető.

Kotnyek Balázs (Bp., Jedlik Á. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az 1. és 2. ábrához tartozó számításokban megengedhettük volna, hogy $F'C - F'E' = x$ negatív is legyen. Ezzel megtakaríthattuk volna a 3. ábra szerinti számolásokat.