

A bizonyítandóval ekvivalens egyenlőtlenséghez jutunk, ha mindkét oldalt köbre emeljük:

$$(2) \quad \begin{aligned} (a+1)(b+1)(c+1) &\geq abc + 3\sqrt[3]{abc^2} + 3\sqrt[3]{abc} + 1, \quad \text{azaz} \\ (a+b+c) + (ab+ac+bc) &\geq 3\sqrt[3]{abc^2} + 3\sqrt[3]{abc}. \end{aligned}$$

A számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség alapján

$$(3) \quad \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \quad \text{és}$$

$$(4) \quad \frac{ab+ac+bc}{3} \geq \sqrt[3]{ab \cdot ac \cdot bc} = \sqrt[3]{abc^2}.$$

Ezek 3-szorosát összeadva éppen (2)-t kapjuk.

Megjegyzés. Egyenlőség pontosan akkor van, ha (3)-ban és (4)-ben is egyenlőség áll. Ez egyedül $a = b = c$ esetén teljesül.