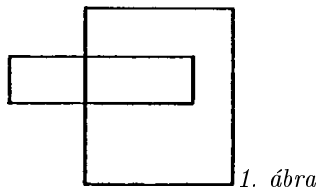
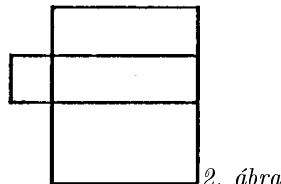


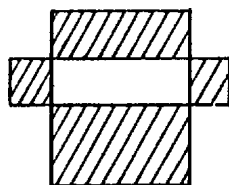
Egy téglalap két részre osztja a síkot. Az a célunk, hogy a második (és minden további) téglalapot úgy vegyük föl, hogy a keletkezett síkrészek száma a lehető legtöbb legyen. Az 1. és 2. ábra szerinti felvétellel a síkrészek száma 2-vel, illetve 3-mal nőtt. Könnyen láthatjuk, hogy az új síkrészek száma akkor lesz a legnagyobb, ha a második téglalap kerülete négy pontban metszi az első téglalap területét. Ekkor ugyanis a négy metszéspont meghatározta téglalap mindegyik oldala fölött keletkezik egy-egy új síkrész, amelyeket a 3. ábrán bevonalkáztunk.



1. ábra



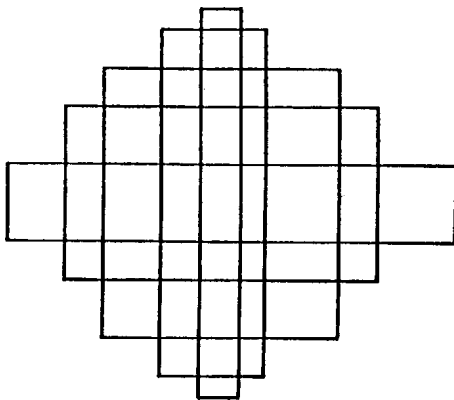
2. ábra



3. ábra

Két téglalap tehát maximálisan $2 + 4$ részre osztja a síkot. Az előbbi megfontolást alkalmazva, a harmadik téglalap mindkét már fölvetett téglalapot $4 \cdot 4$ pontban metszve legfeljebb $4 \cdot 2$ új síkrészt hozhat létre, ezért három téglalap legfeljebb $2 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2$ részre osztja a síkot. Azt sejtjük, hogy n téglalap legfeljebb $S_n = 2 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + \dots + 4(n-1)$ részre osztja a síkot. S_n a következőképpen írható: $S_n = 2 + 4(1 + 2 + \dots + n - 1) = 2 + 4 \cdot \frac{n(n-1)}{2}$, s így $S_n = 2n^2 - 2n + 2$, amit teljes indukcióval igazolhatunk.

$n = 1$ -re $S_1 = 2$, tehát igaz az állítás. Tegyük fel, hogy ez a képlet n -re igaz. Az $(n + 1)$ -edik téglalap az előbbieket mindegyikét 4 pontban metszve $4 \cdot n$ metszéspontot hoz létre, s így legfeljebb $4 \cdot n$ új síkrész keletkezik. Ezért $S_{n+1} = 2n^2 - 2n + 2 + 4n = 2(n + 1)^2 - 2(n + 1) + 2$, tehát az állítás $n + 1$ -re is teljesül.



4. ábra

Megoldásunk azt is mutatja, hogyan oszthatjuk maximális számú részre a síkot n párhuzamos oldalú téglalappal. A 4. ábrán megrajzoltuk az $n = 5$ -nek megfelelő esetet.