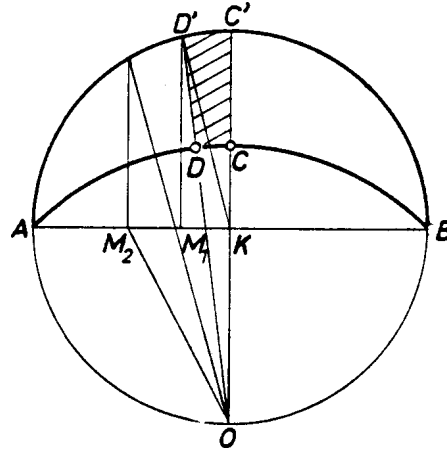


Használjuk az *ábra* jelöléseit.



Az AB húr K felezőpontja egyben az AB átmérőjű kör középpontja. Az AB -re K -ban emelt merőleges a két kört a C , illetve a C' pontban metszi. Legyen M_1 egy osztópont AB -n. Az itt állított merőleges messe a félkört a D' pontban, OD' és a negyed körív metszéspontja pedig legyen D . Jelöljük a C, C', D', D csúcsokkal meghatározott sarló rész területét $t(CC'D'D)$ -vel. Ezt a területet úgy kaphatjuk meg, hogy az OKD' háromszög és a $KC'D'$ körcikk területének összegéből kivonjuk az OCD körcikk területét, tehát

$$(1) \quad t(CC'D'D) = t(OKD') + t(KC'D') - t(OCD).$$

A $D'OC' \sphericalangle = \alpha$ kerületi szög révén $D'KC' \sphericalangle = 2\alpha$. Legyen $AK = KB = 1$, így $OC = OA = \sqrt{2}$. A $KC'D'$ körcikk területe $t(KC'D') = (1^2 \cdot \pi \cdot 2\alpha)/360 = (\pi \cdot \alpha)/180$, az OCD körcikk területe pedig

$$t(OCD) = \frac{(\sqrt{2})^2 \cdot \pi \alpha}{360} = \frac{\pi \cdot \alpha}{180};$$

a két terület tehát egyenlő. Ezért (1)-ből az következik, hogy $t(CC'D'D) = t(OKD')$. Az OKD' háromszög területe viszont ugyanakkora, mint az OKM_1 háromszögé, hiszen OK alapjuk és KM_1 magasságuk is megegyezik. Eszerint a CC' határu sarló részek területe arányos az M_1 pont K -tól való távolságával.

Tegyük fel ezután, hogy AB -t felosztottuk n egyenlő részre. Legyen először n páros, ekkor K is osztópont. A K ponttól A felé haladva legyenek az osztópontok M_1, M_2, M_3 stb. Az előbbieket szerint a KM_2 szakasz „fölötti” sarló rész területe kétszer akkora, mint a KM_1 fölöttié, tehát a CC' -től számított első és második sarló rész területe egyenlő. Hasonlóan láthatjuk be a további sarló részek területének egyenlőségét. Ha n páratlan, akkor $2n$ egyenlő részre osztással az előbbi gondolatmenet szerint $2n$ egyenlő területű sarló részt kapunk, és ezeket A -ból indulva kettesével egybefoglalva kapunk n egyenlő területű sarló részt.