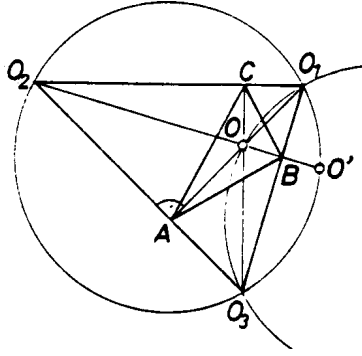


I. megoldás. A háromszög egyik csúcsához tartozó külső és belső szögfelezők merőlegesek egymásra. Ezért az O_1 , O_2 , O_3 háromszög magasságpontja O .



Ismeretes, hogy a háromszög magasságpontjának az oldalakra vonatkozó tükörképe a körülírt körön van. Így az O_1 , O_2 , O_3 háromszög O magasságpontjának az O_1O_3 oldalra vonatkozó tükörképe a körülírt körön lesz, ábránkon ez az O' pont. Ha ezt a kört pl. O_1O_3 -ra tükrözzük, a tükörkép kör átmegy az O ponton. Ez azt jelenti, hogy az $O_1O_2O_3$ háromszög és az OO_1O_3 háromszög körülírt köre egymás tükörképei az O_1O_3 egyenesre, és így a sugaruk is egyenlő. Hasonlóan megmutathatjuk, hogy az OO_2O_3 és OO_1O_2 háromszögek körülírt körének sugara ugyanakkora, mint az $O_1O_2O_3$ háromszögé.

Wiener Gábor (Bp. I. István Gimn. IV. o. t.) dolgozata alapján

II. megoldás. A háromszög egyik csúcsához tartozó külső és belső szögfelezők merőlegesek egymásra. Ezért az $O_1O_2O_3$ háromszögben a magasságok talppontja A , B , illetve C . Minthogy az OO_1O_2 , OO_1O_3 és OO_2O_3 háromszögekben is A , B és C a magasságvonalak talppontja, az említett háromszögek Feuerbach köre ugyanaz, éspedig az A , B , C pontokon átmenő kör. Mivel egy háromszög köré írt kör sugara a Feuerbach-kör sugarának kétszerese, az O , O_1 , O_2 , O_3 pontok közül bármelyik három köré írt kör sugara is ennyi.

Ratkó Éva (Bp. Berzsenyi D. Gimn. III. o. t.) dolgozata nyomán