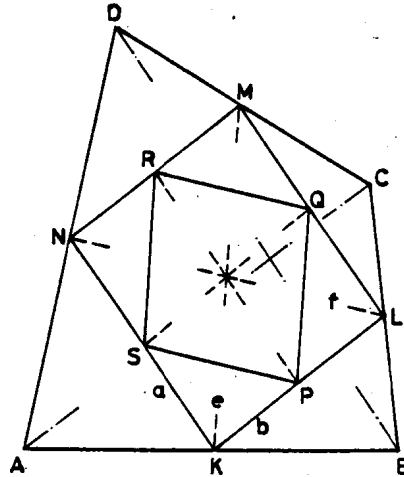


Használjuk az *ábra* jelöléseit. A $KLMN$ négyszög KL és MN oldalai az $ABCD$ négyszög AC , a másik két oldal a BD átlójával párhuzamos, ezért ez a négyszög paralelogramma. Hasonlóan paralelogramma a $PQRS$ négyszög is.



Legyen a $KLMN$ négyszög hosszabb oldala a , a rövidebb b , a hosszabb átló e , a másik f . Ezeknek a szakaszoknak a megfelelői a másik paralelogrammában: $e/2$, $f/2$, a , b . A hasonlóság feltétele az lesz, hogy az a , b , e , f szakaszok közül bármelyik kettőnek az aránya megegyezzen az $e/2$, $f/2$, a , b közül a megfelelő kettő arányával. Ezért pl. $a : e = \frac{e}{2} : a$, amiből $e = a\sqrt{2}$. A $b : f = \frac{f}{2} : b$ arányból pedig $f = b\sqrt{2}$. (A két feltétel nem független egymástól, hiszen minden paralelogrammában $e^2 + f^2 = 2a^2 + 2b^2$.)

A keresett feltétel tehát úgy szól, hogy az első paralelogramma egyik átlója $\sqrt{2}$ -szerese az egyik oldalnak. Az eredeti négyszögre a $2e = 2a\sqrt{2}$ alakból $2a = e\sqrt{2}$, tehát az $ABCD$ négyszög egyik átlója $\sqrt{2}$ -szerese az egyik középvonalnak és hasonló igaz a másik átlóra is.

Megjegyzés. A hasonlóság következménye, hogy $\angle NKL = \angle RSP = \alpha$, ahol α az $ABCD$ négyszög átlóinak a szöge. Az NKL háromszögből

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - f^2}{2ab} = \frac{a^2 - b^2}{2ab},$$

amit 4-gyel bővítve: $\cos \alpha = \{(2a)^2 - (2b)^2\} / (2 \cdot 2a \cdot 2b)$, ahol $2a$ és $2b$ az eredeti négyszög átlói. Az utóbbi összefüggés a keresett feltétel egy másik alakja.

Bagyinszky Róbert (Békéscsaba, Sebes György Közg. Szki. III. o. t.)