I. megoldás. Két esetet különböztetünk meg.

1. *eset*: Mindhárom szám egyező előjelű. Nyilván elég azzal az alesettel foglalkozni, ha mindegyikük pozitív. Ekkor x, y, $z \geqq 2$, s így

$$|xyz + 2(x + y + z)| = xyz + 2(x + y + z) \geqq 8 + 2(2 + 2 + 2) = 20.$$

2. eset: Két szám előjele ellenkezője a harmadik előjelének. Itt is elég csak azzal az alesettel foglalkozni, ha kettő negatív, egy pozitív; pl. x, $y < 0$, $z \geqq 2$. Ekkor $xy > 0$, tehát $xyz \geqq 2xy$ és $2(x + y + z) \geqq 2(x + y) + 4$, így

$$xyz + 2(x + y + z) > 2xy + 2(x + y) + 4 = 2(x + 1)\cdot(y + 1) + 2.$$

Itt $x \leqq -2$ és $y \leqq -2$, ezért $x + 1 \leqq -1$ és $y + 1 \leqq -1$. Ebből következik, hogy $(x + 1)(y + 1) \geqq 1$, és

$$xyz + 2(x + y + z) \geqq 2(x + 1)(y + 1) + 2 \geqq 2 + 2 = 4.$$

Egyenlőség akkor van, ha $x = -2$, $y = -2$ és $z = 2$.

Azt kaptuk tehát, hogy az $|xyz + 2(x + y + z)|$ kifejezés minimális értéke 4, és ezt az értéket pontosan akkor éri e1, ha mindhárom szám abszolút értéke 2, és a számok között pozitív és negatív egyaránt előfordul.

II. megoldás. Most is csak arra a két esetre szorítkozunk, ha x, y, $z > 0$ vagy x, $y < 0$ és $z > 0$. Az első esetben a kifejezés értéke legalább 20. A második esetben legyen $x = -2 - a$, $y = -2 - b$, $z = 2 + c$, $(a, b, c \geqq 0)$. Ekkor

$$\begin{aligned} xyz + 2(x + y + z) &= (-2 - a)(-2 - b)(2 + c) + 2((-2 - a) + (-2 - b) + (2 + c)) = \\ &= 8 + 4a + 4b + 4c + 2ab + 2ac + 2bc + abc + 2(c - a - b - 2) = \\ &= 4 + 2a + 2b + 6c + 2ab + 2ac + 2bc + abc \geqq 4, \end{aligned}$$

(hiszen a, b, $c \geqq 0$), és egyenlőség csak $a = b = c = 0$ esetén van, vagyis ha x, y és z közül kettőnek az értéke 2 és egyé -2, vagy fordítva.

Kórász Tamás (Szeged, Radnóti Miklós Gimn., III. o. t.)