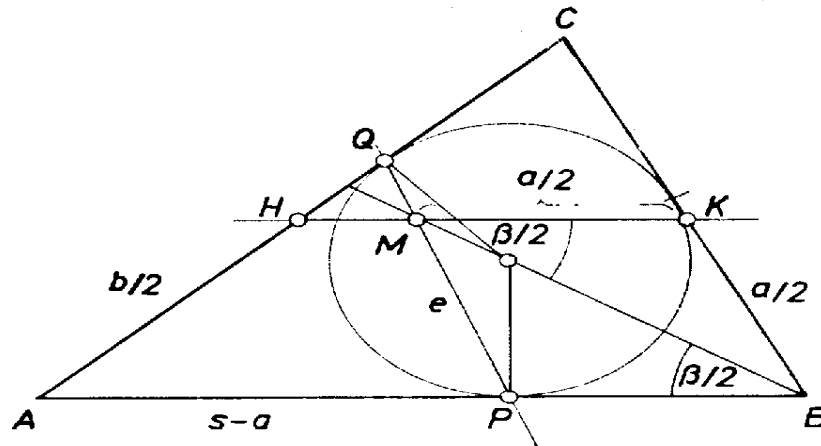


Használjuk az ábra jelöléseit. Legyen a B csúsból induló szögfelező és a HK középvonal metszéspontja M . Messe a beírt kör AB oldalán levő P érintési pontját az M ponttal összekötő egyenes az AC oldalt a Q pontban.



Elegendő megmutatnunk, hogy Q a beírt körnek az AC oldalra illeszkedő érintési pontja. Mivel P érintési pont, ismert összefüggés szerint $AP = s - a$, ahol s a félkerület. Azt kell tehát igazolnunk, hogy $AQ = s - a$.

Könnyen látható, hogy az MKB háromszög egyenlő szárú, hiszen M -nél levő szöge és az egyik $\beta/2$ szög váltószögek. Ezért $MK = \frac{a}{2}$, így

$$HK = \frac{c}{2} \quad \text{alapján} \quad HM = \frac{c}{2} - \frac{a}{2} = \frac{c-a}{2} \quad (\text{ha } c > a).$$

Mivel $AH = \frac{b}{2}$, a QH szakaszra a párhuzamos szelők tétele szerint a következő összefüggést kapjuk:

$$\frac{QH}{QH + \frac{b}{2}} = \frac{HM}{AP}, \quad \text{azaz} \quad \frac{QH}{QH + \frac{b}{2}} = \frac{\frac{c-a}{2}}{s-a}.$$

Ebből

$$\begin{aligned} QH \cdot \frac{-a+b+c}{2} &= \left(QH + \frac{b}{2}\right) \cdot \frac{c-a}{2}, \\ QH \cdot \left(\frac{-a+b+c}{2} - \frac{c-a}{2}\right) &= \frac{b(c-a)}{4}, \\ QH &= \frac{c-a}{2}. \end{aligned}$$

Tehát $AQ = AM + HQ = \frac{b}{2} + \frac{c-a}{2} = s - a$, és ezt akartuk bizonyítani. ($c < a$ esetén a bizonyítás lényegében ugyanaz).

Vass Zsófia (Szentendre, Ferences Gimn. IV. o. t.)