

A feladat kérdésére nemleges választ kell adnunk. Bebizonyítjuk ugyanis, hogy tetszőleges 4-nél nagyobb egész n esetén létezik olyan n csúcú konvex test, amelynek csúcsaira a -1 , $+1$ számok valamelyikét írva, az egy csúcsba futó élek másik végpontjához írt számok szorzata minden csúcs esetén -1 lesz.

Legyen először n páros. Tekintsünk egy olyan gúlát, amelynek alapja $n - 1$ oldalú szabályos sokszög, és írjunk minden csúcsra -1 -et. Ilyen test $n - 1 \geq 2$ miatt biztosan létezik. Az egy csúcsba futó élek másik végpontjához írt számok szorzata minden csúcsra -1 lesz, hiszen az alap mindegyik csúcsába 3 él fut be, az alappal szemkötti csúcsba pedig $n - 1$, ami páratlan.

Legyen ezután n páratlan. Vegyünk most egy olyan gúlát, amelynek alapja $n - 2$ oldalú szabályos sokszög, és tükrözzük ezt a gúlát az alaplappjára. Legyen az alappal szemkötti csúcs A , a tükörképe B . Világos, hogy a gúla és tükörképe együtt egy n csúcú konvex test, és $n \geq 5$ miatt létezik ilyen test. Írjunk a B csúcsra $+1$ -et, az összes többi csúcsra pedig -1 -et. Az $n - 2$ oldalú sokszög bármelyik csúcsába 4 él fut be, amelyek közül egynek a másik végpontjánál $+1$ van, a többi 3 él másik végpontjánál pedig -1 . Az A és B pontok mindegyikébe $n - 2$ él fut be, és ezeknek az éleknek a másik végpontjánál -1 van. Ezért a kérdéses szorzat minden csúcsra most is -1 . Ezt akartuk bizonyítani.

Harcos Gergely (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., III. o. t.)