

Jelöljük a versenyzők maximális számát a_4 -gyel, és általában n kérdés esetén a versenyzők maximális száma legyen a_n . Nyilvánvaló, hogy $a_1 = 3$. Megmutatjuk, hogy $a_{n+1} \leq \frac{3}{2}a_n$, ha $n \geq 1$. Tekintsük az $(n+1)$ -edik kérdést, erre három lehetséges válasz volt, az 1. választ adók száma legyen A , a 2. választ adóké B , a 3. választ adóké C . Bebizonyítjuk, hogy $A + B \leq a_n$. Ha ugyanis $A + B$ versenyzőből kiválasztunk hármat, akkor van egy kérdés, amelyikre mindhárman különböző választ adtak. De ez a kérdés nem lehet az $(n+1)$ -edik, mert arra egyikük sem adta a 3. választ. Így az $A + B$ versenyzőhöz mindig van ilyen kérdés az első n között. Ezért $A + B \leq a_n$. Ugyanígy látható, hogy $B + C \leq a_n$ és $A + C \leq a_n$, ezeket összeadva $2(A + B + C) \leq 3a_n$ azaz

$$a_{n+1} = A + B + C \leq \frac{3}{2}a_n.$$

De $a_1 = 3$ miatt $a_2 \leq 1,5$, $a_1 = 4, 5$, és a_2 egész, tehát $a_2 \leq 4$, $a_3 \leq 1,5$, $a_2 = 6$, s így $a_4 \leq 1,5 \cdot 6 = 9$.

Végül egy példával igazoljuk, hogy $a_4 = 9$, azaz 9 versenyző tud úgy válaszolni a négy kérdésre, hogy teljesítse a feladat feltételét. Az egyes válaszokat a, b, c -vel jelölve a következő táblázat adja ezt meg:

	1.	2.	3.	4.	kérdés
I.	a	a	b	c	
II.	a	b	c	a	
III.	a	c	a	b	
IV.	b	a	c	b	
V.	b	b	a	c	
VI.	b	c	b	a	
VII.	c	a	a	a	
VIII.	c	b	b	b	
IX.	c	c	c	c	

Benczúr Péter (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)