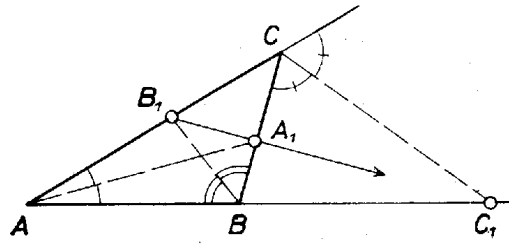


Ha a C -nél levő szög felezője párhuzamos AB -vel, akkor a belső szögfelező merőleges AB -re, és ezért $AC = BC$. Ebben az esetben $A_1C = B_1C$, és a párhuzamos szelők tételének megfordítása alapján A_1B_1 is párhuzamos AB -vel.



Legyen ezután a külső szögfelező és az AB egyenes metszéspontja C_1 . A Menelaosz-tétel megfordítása szerint A_1 , B_1 , C_1 akkor lesznek egy egyenesen, ha

$$(1) \quad \frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = -1.$$

A külső szögfelező osztási arányára vonatkozó tétel szerint

$$\frac{AC_1}{C_1B} = -\frac{b}{a},$$

míg a belső szögfelezőkre vonatkozó tétel alapján

$$\frac{BA_1}{A_1C} = \frac{c}{b}, \quad \text{illetve} \quad \frac{CB_1}{B_1A} = \frac{a}{c},$$

ahol a , b , c a háromszög megfelelő oldalai.

Ezután (1) bal oldala így alakul:

$$-\frac{b}{a} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{a}{c} = -1.$$

tehát A_1 , B_1 , C_1 egy egyenesen vannak. Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk.

Boncz András (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., III. o. t.)