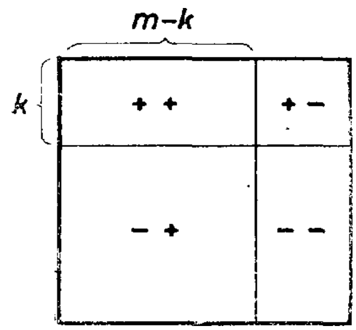
Tegyük fel, hogy egy $m\times m$-es táblázatot sikerült kitöltenünk úgy, hogy a sor- és az oszlopösszegek között nincsenek egyenlők. Ha s_i és o_j jelöli az elemek összegét az i-edik sorban és a j-edik oszlopban, akkor feltevésünk szerint az $\{s_i : i = 1, 2, \ldots, m\} \cap \{o_j : j = 1, 2, \ldots, m\}$ halmazt a $(2m+1)$-elemű $[-m, m]$ halmazból kapjuk egy elem elhagyásával. Mivel ennek abszolút értéke legfeljebb m, ezért az összegek abszolút értékének összegére:

$$A = \sum_{i=1}^{m} |s_i| + \sum_{j=1}^{m} |o_j| \geqq \left(\sum_{i=-m}^{m} |i| \right) - m = m^2. \tag{1}$$



A $[-m, m]$ halmaznak pontosan egy eleme nincs ott az összegek között, ezért található m darab nem negatív összeg úgy, hogy a további m darab összeg nem pozitív. Sorok és oszlopok cseréjével rendezzük át a táblázatot úgy, hogy az első k sor és az első $(m-k)$ oszlop adja ezeket a nemnegatív összegeket. Eközben a sor- és oszlopösszegek nyilván nem változnak. Ekkor

$$A = \sum_{i=1}^{m} |s_i| + \sum_{j=1}^{m} |o_j| = (s_1 + \ldots + s_k) - (s_{k+1} + \ldots + s_m) +$$
$$+ (o_1 + \ldots + o_{m-k}) - (o_{m-k+1} + \ldots + o_m).$$

A fenti összegben a „++” típusú elemeket kétszer adtuk össze, a „−−” típusúakat kétszer vontuk ki, míg a „vegyes” „+−”, illetve „−+” típusú elemek kiesnek. Így A akkor a legnagyobb, ha a „++” típusú elemek értéke 1, a „−−” típusúaké pedig -1, tehát

$$A \leqq 4k(m-k). \tag{2}$$

(1)-et és (2)-t összevetve

$$m^2 \leqq 4k(m-k),$$

azaz $(m-2k)^2 \leqq 0$, ami nem lehetséges, ha m páratlan. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Megjegyzés. A Gy. 2529. gyakorlat szerint páros oldalú táblázat kitölthető úgy, hogy a sor- és oszlopösszegek között ne legyenek egyenlők.