

A második és harmadik egyenlet összegéből vonjuk ki az első egyenletet, a harmadik egyenletből pedig a másodikat:

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^2 + y^2 = 25, \\ (2) \quad & 4z^2 - 2z(x + y) = 72, \\ (3) \quad & (y^2 - x^2) + 2z(x - y) = 7. \end{aligned}$$

Ez az egyenletrendszer az eredetivel ekvivalens, hiszen (1) az eredeti első egyenlet, az (1), (2) és (3) egyenletek összege az eredeti utolsó egyenlet kétszerese, amelynek feléből (3)-at kivonva éppen az eredeti második egyenletet kapjuk vissza. Legyen $a = x + y$ és $b = x - y$; ezzel

$$\begin{aligned} (1) \quad & a^2 + b^2 = 50, \\ (2) \quad & 2z^2 - az = 36, \\ (3) \quad & -ab + 2bz = 7. \end{aligned}$$

A (2)-ből kifejezzük a -t, majd ennek felhasználásával a (3)-ból b -t:

$$\begin{aligned} (2A) \quad & a = \frac{2z^2 - 36}{z}, \\ (2B) \quad & b = \frac{7}{2z - a} = \frac{7}{2z - \frac{2z^2 - 36}{z}} = \frac{7z}{36}. \end{aligned}$$

(Továbbra is ekvivalens átalakításokat végeztünk, hiszen (2A)-ból és (2B)-ből visszakapható (3).) Az a -ra és b -re kapott kifejezéseket (1)-be helyettesítve z^2 -re másodfokú egyenletet kapunk:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2z^2 - 36}{z} \right)^2 + \left(\frac{7z}{36} \right)^2 = 50, \\ & 5233z^4 - (4 \cdot 36^3 + 50 \cdot 36^2)z^2 + 36^4 = 0, \\ & z^2 = \frac{6^4}{5233}(97 \pm 12\sqrt{29}). \end{aligned}$$

Tehát

$$z = 36e\sqrt{\frac{97 + 12f\sqrt{29}}{5233}},$$

ahol e és f egymástól függetlenül a $+1$ és -1 értékeket vehetik fel. Az a és b ezután (2A)-ból és (2B)-ből számolható ki:

$$\begin{aligned} a = 2z - \frac{36}{z} &= 72e\sqrt{\frac{97 + 12f\sqrt{29}}{5233}} - e\sqrt{\frac{5233}{97 + 12f\sqrt{29}}}, \\ b = \frac{7}{36}z &= 7e\sqrt{\frac{97 + 12f\sqrt{29}}{5233}}, \\ x = \frac{1}{2}(a + b) &= \frac{79e}{2}\sqrt{\frac{97 + 12f\sqrt{29}}{5233}} - \frac{e}{2}\sqrt{\frac{5233}{97 + 12f\sqrt{29}}}, \\ y = \frac{1}{2}(a - b) &= \frac{65e}{2}\sqrt{\frac{97 + 12f\sqrt{29}}{5233}} - \frac{e}{2}\sqrt{\frac{5233}{97 + 12f\sqrt{29}}}. \end{aligned}$$