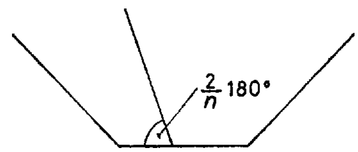
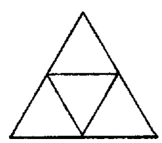
Az n oldalú szabályos sokszög egy szöge $\frac{n-2}{n}\cdot 180^\circ$. Ezért egy csúcsban nem találkozhat három, a feldaraboláskor keletkező szabályos sokszög, mert már a legkisebb szögű szabályos sokszög egy szögének háromszorosa is 180°. Így csak azokat a lehetőségeket kell vizsgálnunk, amikor a felbontandó szabályos sokszög egy-egy szögét a feldaraboláskor keletkezett egy vagy két sokszög szöge fedi le.

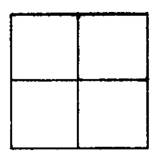


1. ábra

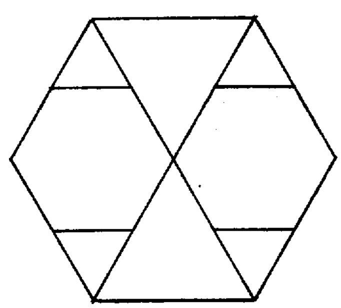
Nézzük először azt az esetet, amikor a szabályos sokszög egy szögét egyetlen, vele egyenlő nagyságú szög takarja le. A feldaraboláskor keletkező ugyanolyan szögű szabályos sokszög oldala nyilván kisebb lesz, mint az eredeti sokszög oldala, ezért, amint azt az 1. ábrán láthatjuk, egy ilyen sokszög mellett keletkezik egy $\frac{2}{n}\cdot 180^\circ$ nagyságú szög is, amelyet szabályos sokszögek szögeivel kell kitölteni. Ha $n=3$, illetve $n=4$, akkor $\frac{2}{n}\cdot 180^\circ$ értéke 120°, illetve 90° lesz, és mint a 2. és 3. ábrán láthatjuk, a feldarabolás lehetséges (többféleképpen is). Az $n=5$ esetben $\frac{2}{n}\cdot 180^\circ = 72^\circ$, ami nem tölthető ki szabályos sokszögek szögeivel. Ugyanez a helyzet, ha $n>6$, akkor ugyanis $\frac{2}{n}\cdot 180^\circ < 60^\circ$.



2. ábra



3. ábra



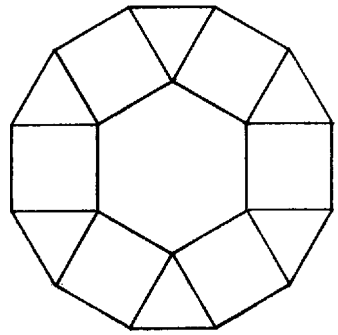
4. ábra

Az $n=6$ esetben például a 4. ábra szerint történhet a feldarabolás. Ha az eljárást az O csúcsot tartalmazó hatszögekre folytatjuk, további megoldásokhoz jutunk. Ebben az esetben az A csúcsnál levő szöget egyetlen új sokszög egyetlen szöge fedi le, a B csúcsnál levő szöget pedig kettő.

Legutóbbi megoldásunkkal tehát áttérünk arra az esetre, amikor a sokszög egy csúcsánál két szabályos háromszög találkozik. A sokszög szöge így 120°, ez tehát a szabályos hatszög, ami nyilván felbontható (többféleképpen is) szabályos háromszögekre.

Egy csúcsnál szabályos háromszög és négyzet is találkozhat. Ekkor a szabályos sokszög szöge $60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$, és

$$\frac{n-2}{n}\cdot 180^\circ = 150^\circ \quad \text{alapján} \quad n = 12.$$



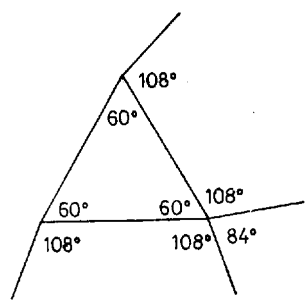
5. ábra

Az 5. ábrán láthatjuk, hogy a szabályos 12-szög valóban összerakható 6 darab szabályos háromszögből, 6 darab négyzetből és egy szabályos hatszögből.

Már csak azt kell megvizsgálnunk, hogy egy csúcsban találkozhat-e egy szabályos háromszög és egy szabályos ötszög.

Ekkor a sokszög egy szöge $60^\circ + 108^\circ = 168^\circ$, és

$$\frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ = 168^\circ \quad \text{alapján} \quad n = 30.$$



6. ábra

Ha most az ötszög és a 30-szög oldala egyenlő, akkor a 6. ábrán látható 84°-os szög nem fedhető le szabályos sokszögek szögeivel. Ha pedig az ötszög oldala kisebb, mint a 30-szögé, akkor az 1.ábrán vázolt esethez hasonlóan az ötszög mellett keletkezne egy $\frac{2}{5} \cdot 180^\circ = 72^\circ$-os szög, amely nem fedhető le szabályos sokszögek szögeivel.

A feladat követelményeinek tehát a 3, 4, 6 és 12 oldalú szabályos sokszög felel meg.

Csirik János (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján