

Az n -re vonatkozó teljes indukcióval belátjuk, hogy

$$(1) \quad 10^n \mid x_{n+1} - x_n,$$

ez nyilván ekvivalens a bizonyítandó állítással.

Ha $n = 1$, akkor $x_2 = 25$, és így (1) azt jelenti, hogy $10 \mid 25 - 5$, ami nyilván igaz.

Tegyük most fel, hogy az állítás igaz n -re; meg kell mutatnunk, hogy ekkor $(n + 1)$ -re is teljesül, azaz

$$10^{n+1} \mid x_{n+2} - x_{n+1}.$$

A sorozat definíciója szerint

$$x_{n+2} - x_{n+1} = x_{n+1}^2 - x_n^2 = (x_{n+1} - x_n)(x_{n+1} + x_n).$$

Az első tényező az indukciós feltevés szerint osztható 10^n -nel, a második tényezőben pedig az összeg mindkét tagja a sorozat eleme, és így az 5 hatványa; az 5 hatványai pedig 5-re végződnek, ezért összegük osztható 10-zel. Az $x_{n+2} - x_{n+1}$ szorzat-alakjában tehát az első tényező osztható 10^n -nel, a második pedig 10-zel, így a különbség osztható 10^{n+1} -nel is. Beláttuk tehát, hogy az (1) tulajdonság öröklődik n -ről $(n + 1)$ -re; a bizonyítást befejeztük.

Megjegyzés. Mivel $x_4 - x_3 = 390\,625 - 625 = 390\,000$, ezért $10^4 \mid x_4 - x_3$. Ez azt jelenti, hogy, ha $n \geq 3$, akkor x_{n+1} és x_n utolsó $(n + 1)$ darab jegye is megegyezik.