

A 3^z függvény szigorúan monoton nő, és minden z -re értelmes, a feladat egyenlőtlensége tehát ekvivalens az alábbival:

$$x + \frac{1}{x} > y + \frac{1}{y}.$$

Ez az egyenlőtlenség nyilván értelmetlen, ha x vagy y értéke nulla, a két koordináta-tengely pontjai tehát nem lehetnek megoldások. Nyilván nincs megoldás a II. síknegyedben, ahol $x < 0 < y$, hiszen ekkor $x + \frac{1}{x} < 0 < y + \frac{1}{y}$. Ugyanilyen megfontolásból a IV. (nyílt) síknegyed viszont teljes egészében megoldás, itt ugyanis $x > 0 > y$, tehát $x + \frac{1}{x} > 0 > y + \frac{1}{y}$.

A továbbiakban elég az I. és III. síknegyedet vizsgálni. E két negyedben x és y előjele megegyezik, tehát $xy > 0$. (Az $yx = 0$ esetet már kizártuk.) Rendezzük a fenti egyenlőtlenséget és szorozzuk végig xy -nal (tehetjük, mert $xy > 0$):

$$xy(x - y) \left(1 - \frac{1}{xy}\right) > 0$$

azaz

$$(x - y)(xy - 1) > 0.$$

Az I. és III. síknegyednek tehát pontosan azok az (x, y) pontjai megoldások, amelyekre

$$x > y \quad \text{és} \quad xy > 1$$

vagy

$$x < y \quad \text{és} \quad (0 <) xy < 1.$$

$x > y$ az $x = y$ egyenes alatti, $x < y$ az $x = y$ egyenes fölötti félsíkban teljesül. $0 < xy < 1$ az I. síknegyedben az $y = \frac{1}{x}$ hiperbola alatt, a III. síknegyedben e hiperbola fölötti pontokra, az $xy > 1$ az I. síknegyedben az $y = \frac{1}{x}$ hiperbola fölötti, a III. síknegyedben e hiperbola alatti pontokra teljesül. Ennek alapján a feladat egyenlőtlenségének eleget tevő pontokat az alábbi ábra besatírozott része ábrázolja. A határok (az $y = \frac{1}{x}$ hiperbola, az $x = y$ egyenes és a tengelyek) sehol nem tartoznak a megoldáshalmazhoz.