

Jelöljük az  $ABC$  háromszög  $BAC$  szögének nagyságát  $\alpha$ -val és válasszuk úgy a betűzést, hogy  $CBA \sphericalangle = 2\alpha$ ,  $ABC \sphericalangle = 4\alpha$ , (tehát  $\alpha = 180^\circ : 7$ ) legyen. Legyenek továbbá a szögfelezőknek a szemben fekvő oldalon levő metszéspontjai rendre  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ . Azt látjuk be, hogy az ezek által meghatározott háromszögben  $C_1A_1 = C_1B_1$ .

1986-05-198-1.eps

Ez a  $C_1A_1B$  és  $C_1B_1C$  háromszögek egybevágóságából következik, ha beláttuk hozzá, hogy  $C_1B = C_1C$ ,  $A_1B = B_1C$ , ugyanis a köztük levő  $C_1BA_1$  és  $C_1CB_1$  szögek mértékszáma a föltevés, ill. a felezés folytán  $2\alpha$ .

$C_1B = C_1C$ , mert a  $C_1BC$  háromszögben a velük szemben levő szögek egyenlők.

A második egyenlőséghez három háromszögpár hasonlóságára hivatkozunk, azok alapján 2 – 2 szakasz arányának egyenlőségét írjuk fel, végül az ezek összeszorozásával adódó egyenlőséget egyszerűsítjük.  $O$ -val a három szögfelező közös pontját jelöljük. A hasonlóságok alapja mindhárom esetben 2 – 2 szög egyenlősége, esetleg közös volta. Az  $ABA_1$  és az  $ACO$ ; az  $ABC$  és a  $BCO$ , valamint a  $BB_1C$  és a  $BCO$  háromszögek hasonlósága alapján

$$\frac{A_1B}{AB} = \frac{OC}{AC}, \quad \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BO}, \quad \frac{BC}{B_1C} = \frac{BC}{CO}.$$

Valóban, innen

$$\frac{A_1B}{B_1C} = 1.$$

Ezt akartuk belátni, és így az állítást bebizonyítottuk.