

Kössünk össze képzeletben két csúcsot egy „piros” éllel, ha nem szomszédosak, és „írjunk rá” minden ilyen „piros” élre egy prímszámot, mindegyikre különbözőt. A szomszédos csúcsokat összekötő élek mindegyikére írjuk az 1-es számot. Ezután minden egyes csúcsra számítsuk ki a belőle induló piros és valódi élekre írt számok szorzatát, és írjuk ezt a számot az adott csúcsra.

Két számnak akkor és csak akkor van 1-nél nagyobb közös osztója, ha van közös prímosztójuk is. Ez most a két csúcshoz kiszámított szorzatra pontosan akkor teljesül, ha a két csúcsot piros él köti össze. Ez pedig éppen akkor fordul elő, ha a két csúcs nem szomszédos a poliéderen. A csúcsokra felírt számok közül így pontosan akkor lesz kettő relatív prím, ha a megfelelő két csúcs szomszédos.

A feladat kérdésére tehát igenlő a válasz.

*Megjegyzés.* A bizonyításban felhasználtuk, hogy bármennyi legyen is a „piros élek” száma, létezik különböző prím-szám. De ismeretes, hogy végtelen sok prímszám van. Nem használtuk viszont fel, hogy poliéderről van szó. Bármely gráf csúcsaira írhatók pozitív egészek úgy, hogy két csúcsot pontosan akkor köt össze él, ha a ráírt számok relatív prímek.