

Legyenek az adott számok növekvő sorrendben $a_1 < a_2 < \dots < a_{n-1} < a_n$. Ha $a_1 = 0$, akkor az állítás nyilvánvaló: a feltételeknek például a_1 és a_2 megfelel. A továbbiakban tegyük fel, hogy $a_1 > 0$.

Az a_n számhoz bármely másikat kiválasztva a két szám összege biztosan nem szerepel a többi szám közt, mert a_n a legnagyobb. Ha valamely $1 \leq i \leq n-1$ esetén $|a_n - a_i| = a_n - a_i$ nem szerepel az $a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, \dots, a_{n-1}$ közt, akkor készen vagyunk. Ha minden i -hez létezik olyan $1 \leq j \leq n-1$, amelyre $a_n - a_i = a_j$, és $i \neq j$, akkor a_n -et kivéve a többi szám párba állítható úgy, hogy a párok összege éppen a_n . Mivel ilyen párba állítás csak akkor lehetséges, ha $n-1$ páros, a feladat állítását beláttuk azokra az esetekre, mikor $n-1$ páratlan, azaz amikor n páros. Azokból az esetekből is, mikor n páratlan, csak azok maradtak hátra, melyekben $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ párokba állítható, vagyis amikor

$$(1) \quad a_k + a_{n-k} = a_n \quad \text{minden} \quad 1 \leq k \leq n-1 \quad \text{esetén.}$$

Vizsgáljuk meg az a_{n-1} és a_{n-2} számokat. Különbségük (1) alapján

$$a_{n-1} - a_{n-2} = (a_n - a_1) - (a_n - a_2) = a_2 - a_1 < a_2,$$

tehát vagy nem szerepel az adott számok között, vagy éppen a_1 -gyel egyenlő. Ez utóbbi esetben hasonlóan továbbmenve $a_1 = a_{n-1} - a_{n-2} < a_{n-1} - a_{n-3} = a_3 - a_1 < a_3$ miatt $a_{n-1} - a_{n-3}$ vagy nem szerepel a számok között, vagy $a_{n-1} - a_{n-3} = a_2$. Végül eljutunk $k = \frac{n-1}{2}$ -ig, (n páratlan!), amikor is $a_{k-1} < a_{n-1} - a_k < a_{k+1}$, adódik, és most akár egyenlő az $a_{n-1} - a_k$ különbség a_k -val, akár különbözik tőle, $a_{n-1} - a_k$ biztosan *nem* szerepel a megmaradt számok között. Így a $k = n-2, k = n-3, \dots, k = \frac{n-1}{2}$ közül valamelyikre $a_{n-1} - a_k$ nem szerepel a megmaradt számok között. S mivel $n \geq 4$, azért $k > 1$ és így $a_{n-1} + a_k > a_{n-1} + a_1 = a_n$, azaz a talált számoknak sem összege, sem különbsége nincs a megmaradtak között. Ezzel az állítást páratlan n -re is beláttuk.

Megjegyzések. 1. $n = 3$ -ra nem igaz az állítás, ezt például az 1, 2, 3 számhármass mutatja.

2. Nem használtuk ki, hogy az a_i számok egészek, így a feladat állítása tetszőleges, különböző nem negatív számokból álló szám n -esre igaz.