

Olyan különböző $a_i > a_k$, $a_l > a_j$ számokat kell találnunk, melyekre $a_i - a_k = a_l - a_j$. Képezzük az a_1, a_2, \dots, a_{16} számok közötti összes pozitív különbséget. Ezekből $\frac{15 \cdot 16}{2} = 120$ van, mindegyik kisebb; mint 100, tehát vannak egyenlő különbségek.

Ha van három egyenlő különbség, akkor kiválasztható közülük kettő, amelyekben különböző számok különbségét képeztük. Legyen ugyanis $a_i - a_j = a_k - a_l = a_m - a_n$, $a_i < a_k < a_m$. Az első és második pár csak akkor nem jó, ha $a_i = a_l$, az első és harmadik pedig akkor, ha $a_i = a_n$. Ez a két eset egyszerre nem teljesülhet, így a kívánt kiválasztás mindig lehetséges.

Ha nincs három egymással egyenlő különbség, akkor van legalább 21, amely kétszer lép fel. Tegyük fel indirekte, hogy a különbségpárok között nincs olyan, melyben négy különböző szám szerepelne. Ekkor mind a 21 pár $a_i - a_m$, $a_m - a_j$ alakú volna. Mivel a_m legfeljebb 16 különböző értéket vehet fel (valójában 14-et, mert a_m a legkisebb és a legnagyobb nem lehet), volna olyan a_m amely két különbségpárban is szerepel: $a_i > a_k$ -ra $a_i - a_m = a_m - a_j$ és $a_k - a_m = a_m - a_l$. Ezekből $a_i - a_k = a_l - a_j$ a különböző a_i, a_j, a_k, a_l számokra, ami ellentmond az indirekt feltevéseknek. Így a 16 szám közül minden esetben kiválasztható négy olyan különböző, amelyre $a_i + a_j = a_k + a_l$.

Katona Gyula (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján