

Megmutatjuk, hogy minden pozitív egész n -re léteznek megfelelő f és g polinomok. Képezzük az összes

$$(-1)^{a_1}x_1 + \dots + (-1)^{a_n}x_n$$

alakú elsőfokú n változós polinomot, ahol $a_i \in \{1, 2\}$, $i = 1, \dots, n$. Legyen $h(x_1, \dots, x_n)$ az összes ilyen n változós polinom szorzata. Mivel $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ szerepel $h(x_1, \dots, x_n)$ előállításában tényezőként, azért

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{h(x_1, \dots, x_n)}{(x_1 + \dots + x_n)}$$

is n változós polinom. Állítjuk, $h(x_1, \dots, x_n)$ -ben minden változónak csak páros kitevőjű hatványa szerepel. Tekintsük például az x_1 változót. Egy $(x_1 + (-1)^{a_2}x_2 + \dots + (-1)^{a_n}x_n)$ tényezővel együtt az $(-x_1 + (-1)^{a_2}x_2 + \dots + (-1)^{a_n}x_n)$ tényező is szerepel $h(x_1, \dots, x_n)$ előállításában, ezért $h(x_1, \dots, x_n)$ éppen az összes

$$[(-1)^{a_2}x_2 + \dots + (-1)^{a_n}x_n]^2 - x_1^2$$

alakú másodfokú polinom szorzata, ahol $a_i \in \{1, 2\}$, $i = 2, \dots, n$. Tehát $h(x_1, \dots, x_n)$ -ben x_1 csak páros kitevőn szerepel. Hasonlóan igazolható, hogy minden $i \leq n$ -re x_i -nek csak páros kitevőjű hatványai fordulnak elő. Ezért van olyan $g(x_1, \dots, x_n)$ polinom, melyre $g(x_1^2, \dots, x_n^2) = h(x_1, \dots, x_n)$; és ekkor

$$(x_1 + \dots + x_n) \cdot f(x_1, \dots, x_n) = g(x_1^2, \dots, x_n^2).$$