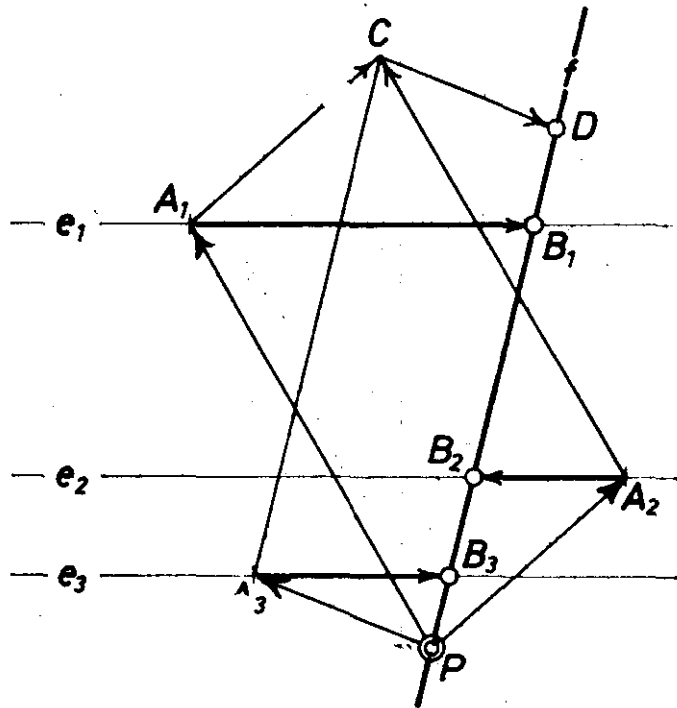


A kívánt összefüggés bal és jobb oldalának különbségéhez (ami egy 0 vektor) adjuk hozzá a $\overrightarrow{B_1P} + \overrightarrow{B_2P} - \overrightarrow{B_3P}$ vektort, majd végezzük el a lehetséges összevonásokat:

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} - \overrightarrow{A_3B_3} + \overrightarrow{B_1P} + \overrightarrow{B_2P} - \overrightarrow{B_3P} = \\ & = (\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{B_1P}) + (\overrightarrow{A_2B_2} + \overrightarrow{B_2P}) - (\overrightarrow{A_3B_3} + \overrightarrow{B_3P}) = \\ & = \overrightarrow{A_1P} + \overrightarrow{A_2P} - \overrightarrow{A_3P} = \overrightarrow{B_1P} + \overrightarrow{B_2P} - \overrightarrow{B_3P}, \end{aligned}$$

azaz

$$(1) \quad \overrightarrow{PA_1} + \overrightarrow{PA_2} - \overrightarrow{PA_3} = \overrightarrow{PB_1} + \overrightarrow{PB_2} - \overrightarrow{PB_3}.$$



Mivel a B_1, B_2, B_3 és P pontok rajta lesznek a keresett f egyenesen, azért a jobb oldali vektor egyenese maga az f egyenes. Másrészt ha C és D azok a pontok, amelyekre PA_1CA_2 és PA_3CD paralelogrammák, akkor a bal oldal az adatokból megszerkeszthető $\overrightarrow{PD}$ vektor, tehát ennek az egyenese éppen az, amit szerkesztenünk kellett.

Az így létrejött B_i pontokra ($i = 1, 2, 3$) teljesül (1), és így a vele ekvivalens $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} = \overrightarrow{A_3B_3}$ is.

Ha PD párhuzamosnak adódik az e_i egyenesekkel, akkor a B_i pontok nem jönnek létre, és a feladatnak nincs megoldása.

Ha pedig D azonosnak adódik P -vel, vagyis ha a P, A_1, A_3, A_2 pontok ebben a sorrendben egy paralelogramma csúcsai, akkor végtelen sok megoldás van: minden, a P -n átmenő egyenes megfelel, kivéve az, amely párhuzamos e_i -vel.

Heteyi Gábor (Pécs, Leöwey K. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján