

Belátjuk, hogy a  $\pm 1 \pm 2 \pm \dots \pm 100$  kifejezésben az előjelek megfelelő megválasztásával minden  $-5050$  és  $+5050$  közötti páros szám előállítható. Ha minden előjel negatív, akkor az összeg  $-\frac{100 \cdot 101}{2} = -5050$ , ha mindegyik pozitív, akkor  $5050$ .

Állításunkat indukcióval bizonyítjuk. Tudjuk már, hogy  $-5050$  előállítható ily módon. Belátjuk, hogy ha  $u < 5050$  szerepel az összegek között, akkor szerepel az  $u + 2$  is. Tekintsük  $u$  előállításában balról az első negatív előjelet (mivel  $u < 5050$ , ilyen van). Ha ez az előjel az 1 előtt áll, akkor azt pozitívrá változtatva az összeg kettővel nő. Ha 1-nél nagyobb szám előtt áll, akkor ezt az előjelet pozitívrá és az eggyel kisebb szám előtti pozitív előjelet negatívrá változtatva, az összeg ismét kettővel nő, vagyis előállítottuk az  $(u + 2)$ -t.

Természetesen egy szám több különböző alakban is előállhat. Az 1982 egy lehetséges felírása:

$$-1 - 2 - \dots - 5 + 6 - 7 - 8 \dots - 54 - 55 + 56 + \dots + 100.$$

*Törőcsik Jenő* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn. IV. o. t.)