

Számtani közép esetén a feltételekből nem következik az állítás. Erre elég egy példát mutatni. Írjunk a még üres papír tetszőleges mezőjébe nullát, e mező fölé és alá is nullát, tőle jobbra (+1)-et, balra (-1)-et. A kitöltést úgy folytassuk, hogy minden mezőbe olyan szám kerüljön, ami megegyezik az alatta, illetve fölötte levővel ill. 1-gyel nagyobb a tőle balra levőnél, a tőle jobbra levőnél pedig 1-gyel kisebb. Még ellenőriznünk kell, hogy teljesülnek-e a feltételek. Minden mezőbe írtunk számot, és az egész szám volt. Most tekintsünk egy tetszőleges mezőt! Ha az ebben levő szám  $n$ , akkor ennek szomszédságában – a kitöltés szerint  $-n$ ,  $n + 1$ ,  $n$ ,  $n - 1$  számok állnak, ezek számtani közepe pedig  $n$ .

Tekintsünk egy tetszőleges, a mértani közepes feltételek szerint kitöltött papírt. Minden mezőben négy szám mértani közepe áll, azaz a négy szám szorzatának negyedik gyöke. Tehát negatív számok nem szerepelhetnek a kitöltésben. Mivel a mezőkben csak nemnegatív egész számok állhatnak, van közöttük olyan, amelyiknél nincs kisebb. Nézzük az összes ilyet, ezek közül válasszunk ki egyet, ez legyen  $n$ , ennek szomszédai  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ . Ekkor a feltételek szerint  $n = \sqrt[4]{abcd}$  és  $n$  választása miatt  $a \geq n$ ,  $b \geq n$ ,  $c \geq n$ ,  $d \geq n$ . Ez pedig vagy úgy lehet, hogy mindenhol egyenlőség áll, vagy ha  $n = 0$ . De ha  $n = 0$ , akkor  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  mindegyike is nulla, mert az ezek szomszédaira fölrít mértani közép tényezői közt szerepel  $n = 0$ , tehát így is az első esethez jutottunk. De ha  $a = b = c = d = n$ , akkor  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  is legkisebb, tehát ezeket is választhattuk volna  $n$ -nek, így pedig kiderül, hogy minden mezőben egyforma számnak kell állnia. Tehát mértani közép esetén következik a feltételekből az állítás.

(Sz. N. Cs.)