

A feladat szövegében szereplő állítás nem igaz, hiszen sem 3337, sem 33 337 nem prím: $3337 = 47 \cdot 71$, $33\ 337 = 17 \cdot 37 \cdot 53$. A sorozatot tovább folytatva sem kapunk mindig prímet. Mivel 333 333 osztható 7-tel (prímfelbontása $3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$), azért $3\ 333\ 337 = 10 \cdot 333\ 333 + 7$ is osztható 7-tel. Általában a sorozatnak azok a tagjai, melyek alakja

$$\underbrace{333\ 333}_{6\text{ db}} \underbrace{333\ 333}_{6\text{ db}} \dots \underbrace{333\ 333}_{6\text{ db}} 7,$$

szintén oszthatók 7-tel, tehát nem lehetnek prímek.

Ahhoz, hogy a második sorozatban is végtelen sok összetett számot találunk, elegendő megmutatnunk, hogy valamilyen k -ra a k darab hármassal leírt szám osztható 31-gyel, hiszen ekkor a

$$\underbrace{33\dots3}_{k\text{ db}} \underbrace{33\dots3}_{k\text{ db}} \dots \underbrace{33\dots3}_{k\text{ db}} 31$$

szám szintén osztható 31-gyel s így (lévén nagyobb, mint 31) nem prímszám.

Tekintsük az alábbi számokat:

$$a_1 = 3, a_2 = 33, \dots, a_{32} = 3 \text{ (32 db 3-as)}.$$

Mivel 31-gyel való osztáskor összesen 31 különböző maradék lehetséges, és nekünk 32 darab számunk van, akad közöttük kettő, a_i és a_j ($i < j$), melyek különbsége osztható 31-gyel. Ámde ha 31 osztója az

$$a_j - a_i = a_{j-i} \cdot 10^{j-i}$$

számnak, akkor 31 osztója a_{j-i} -nek is, hiszen 31 prímszám, és a szorzat második tényezője, 10^{j-i} , nem osztható 31-gyel. Ez pedig azt jelenti, hogy a $(j-i)$ darab hármassból álló szám osztható 31-gyel, ahogyan azt kívántuk.

Megjegyzés. Kellő (?) türelemmel ellenőrizhető, hogy $a_1, a_2, \dots, a_{14}$ egyike sem osztható 31-gyel, míg $a_{15} = 333\ 333\ 333\ 333\ 333$ igen, s így a második sorozat 16-ik tagja, $33\ 333\ 333\ 333\ 333\ 331$ biztosan nem prím. Szintén belátható, hogy a második sorozat egyik tagja sem osztható a 2, 3, 5, 7, 11 és 13 számok egyikével sem; továbbá az első 17-tel osztható tag $333\ 333\ 331$.