

Legyen a_{j-1} és a_j legkisebb közös többszöröse $t \leq n$. Ekkor t/a_{j-1} és t/a_j különböző egész számok, és közülük az első a kisebb, azaz

$$1 \leq \frac{t}{a_j} - \frac{t}{a_{j-1}} \leq \frac{n}{a_j} - \frac{n}{a_{j-1}}.$$

Ezeket az egyenlőtlenségeket $j = 2, 3, \dots, i$ -re a nyilvánvaló $1 \leq n/a_1$ egyenlőtlenséghez hozzáadva kapjuk, hogy

$$i \leq \frac{n}{a_1} + \left(\frac{n}{a_2} - \frac{n}{a_1} \right) + \dots + \left(\frac{n}{a_i} - \frac{n}{a_{i-1}} \right) = \frac{n}{a_i};$$

amit bizonyítanunk kellett.

Megjegyzés. Ha $n = k!$ és $a_i = \frac{n}{i}$, akkor a feltételben is és az állításban is épp az egyenlőség teljesül, tehát az állítás nem javítható.