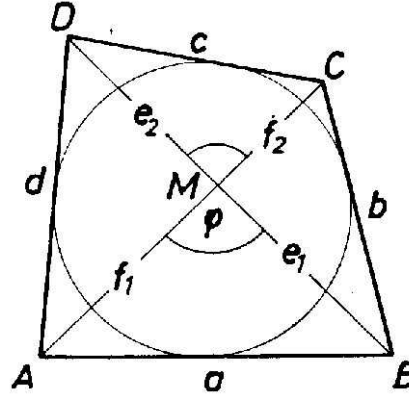


Az állítást pontosítani kell. Ugyanis az átlók közti szögek közül két egyenlő nagyságú az  $a, c$  szemben fekvő oldalpárnak a látószöge, a  $180^\circ$ -ra kiegészítők pedig a  $b, d$  oldalpáré. Mivel egyrészt  $\cos \varphi \neq \cos(180^\circ - \varphi)$  – kivéve ha mindkettő 0 – másrészt a feltételi egyenlőség bal oldalán megkülönböztetett szerepet kaptak az oldalpárok, azért az állítás csak az egyik esetben lehet igaz.

Akkor igaz az állítás, ha  $\varphi$ -n az  $a, c$  oldalpár látószögét értjük.



Azt viszont szabadon választhatjuk, hogy az átlók közül  $e$ -n azt értjük, amelyik az  $a, b$ , valamint a  $c, d$  oldalpárok közös végpontjait köti össze, ugyanis  $e$  és  $f$  szerepe a föltételi egyenlőségben fölcserélhető. Jelöljük az átlók darabjait a csúcsok körüljárása szerint  $f_1, e_1, f_2, e_2$ -vel – az  $a, d$  oldalpár közös csúcsától kezdve – ekkor a cosinustételt alkalmazva a négy részháromszögre

$$a^2 = e_1^2 + f_1^2 - 2e_1f_1 \cos \varphi,$$

$$b^2 = e_1^2 + f_2^2 + 2e_1f_2 \cos \varphi,$$

$$c^2 = e_2^2 + f_2^2 - 2e_2f_2 \cos \varphi,$$

$$d^2 = e_2^2 + f_1^2 + 2e_2f_1 \cos \varphi.$$

Ezekből összeadással és kivonással

$$(1) \quad (b^2 + d^2) - (a^2 + c^2) = 2(e_1 + e_2)(f_1 + f_2) \cos \varphi = 2ef \cos \varphi,$$

minden, a jelöléseink szerinti konvex négyszögre.

Feladatunk szerint a jobb oldal helyére a  $2ac - 2bd$  kifejezést írhatjuk. Alkalmas átrendezéssel, majd mindkét oldal pozitív négyzetgyökét véve

$$b + d = a + c,$$

ez pedig – mint ismeretes – elegendő feltétele annak, hogy négyszögünknek legyen beírt köre.