Ha a megadott számok között van két négyzetszám, akkor persze ezek szorzata is teljes négyzet. Így feltehetjük, hogy nem ez a helyzet, vagyis számaink közül kiválasztható kilenc, melyek egyike sem négyzetszám, jelöljük ezek halmazát H-val.

H-nak minden nem üres A részhalmazára tekintsük az A-beli számok szorzatát. Mivel H kilenc elemű, azért a kapott szorzatok száma $2^9 - 1 = 511$. Egy ilyen szorzat akkor és csak akkor teljes négyzet, ha a prímtényezős felbontásában minden prím páros kitevőn szerepel. Elegendő tehát prímtényezős felbontásaikban a kitevők paritását vizsgálni.

A feladatban szereplő számoknak – és így szorzataiknak is – mindössze 8 különböző prímtényezője lehet: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 és 19. Így a szorzatok a kitevők paritása szempontjából $2^8 = 256$ különböző osztályba eshetnek attól függően, hogy a 2, a 3 stb., a 19 kitevője páros-e vagy páratlan. Feladatunk éppen az, hogy megmutassuk: az előbbi szorzatok valamelyike abba az osztályba esik, melyben minden kitevő páros.

Első pillanatban nem látszik, hogy ennek miért kellene így lennie. Annyit tudunk, hogy a szorzatok száma 511, és ez nagyobb a lehetséges osztályok számánál, 256-nál. Tehát van két szorzat, mondjuk az A és a B részhalmazok elemeinek szorzata, melyek ugyanabba az osztályba esnek. Ám e két szorzat szorzata, vagyis A elemeinek és B elemeinek szorzata négyzetszám, hiszen itt minden prím kitevője vagy két páratlan, vagy két páros szám összege, tehát biztosan páros. Ha A-nak és B-nek nincs közös eleme, azaz $A \cap B = \varnothing$, akkor készen vagyunk: $A \cup B$ elemeinek szorzata négyzetszám.

Ha viszont $A \cap B$ nem üres, akkor a „szorzatok szorzatában" ennek a közös résznek minden eleme pontosan kétszer szerepel. Hagyjuk el ezeket a kétszer szereplő számokat! A megmaradó számok szorzata továbbra is négyzetszám marad, hiszen minden prímtényező kitevőjét páros számmal csökkentettük (ha csökkentettük egyáltalán), s így az páros maradt. A „szorzatok szorzatából" nem hagyhattuk el az összes tényezőt, hiszen A és B különböző részhalmazai voltak H-nak, így, van olyan elem, amely vagy csak A-ban vagy csak B-ben van. Végül nem maradhatott egyetlen tényező, mert akkor annak négyzetszámnak kellene lennie, márpedig H elemei között nincs négyzetszám.

Ezzel igazoltuk, hogy számaink közül mindig kiválasztható néhány, de legalább kettő, melyek szorzata teljes négyzet.