

A bizonyítás módszerül a teljes indukciót választjuk. $n = 1$ esetben az állítás nyilvánvalóan teljesül.

Tegyük fel, hogy $n - 1$ darab valós számra igaz, amit a feladat állít. Belátjuk, hogy ekkor n -re is teljesül. Legyen tehát $n > 1$ és legyenek $x_1, x_2, \dots, x_n$ olyan nem-negatív valós számok, melyekre $x_1 + \dots + x_n \leq 1/2$, legyen továbbá $y_i = x_i$, ha $i = 1, 2, \dots, n - 2$, és $y_{n-1} = x_{n-1} + x_n$. Ekkor

$$(2) \quad (1 - y_{n-1}) \leq 1 - x_{n-1} - x_n + x_n x_{n-1} = (1 - x_n)(1 - x_{n-1})$$

mivel $x_n x_{n-1} \geq 0$.

Az $y_1, \dots, y_{n-1}$ nem-negatív valós számok összege legfeljebb $1/2$, tehát az indukciós feltevés miatt

$$1/2 \leq (1 - y_1)(1 - y_2) \dots (1 - y_{n-1}) \leq (1 - x_1)(1 - x_2) \dots (1 - x_n),$$

(2) alapján. Így állításunk n -re is teljesül, ahogyan kívántuk. Látható, hogy egyenlőség csak akkor áll fenn, ha az $x_1, x_2, \dots, x_n$ számok közül az egyik $1/2$ és az összes többi nulla. **(K. M.)**

Halász Péter (Miskolc, Földes F. Gimn., IV. o. t.)