Az $a$, $b$, $c$ pozitív egész számokból alkotott $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ kifejezést jelöljük $K$-val. A továbbiakban feltesszük, hogy $a \le b \le c$.

Először bebizonyítjuk, hogy $K$ értéke nem lehet $9/11$. Mivel $a \ge 4$ esetén $K \le 3/4 < 9/11$, elég azokat az eseteket megvizsgálnunk, amelyekben $a \le 3$.

1. $a=1$ nem lehet, mivel $9/11$ kisebb 1-nél.

2. $a=2$ esetén $b>2$ kell legyen. Ha $b=3$, akkor mára $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{9}{11}$, ha $b=4,5$ ill. 6, akkor $c$-re nem egész érték $\left(\frac{44}{3}, \frac{110}{13}, \text{ ill.} \frac{33}{5}\right)$ adódik. Ha $b \geqq 7$, akkor $K \le 11/15 < 9/11$, ezért ebben az esetben sincs megfelelő számhármas.

3. Végül ha $a=3$, akkor $b=3$, ill. 4 esetén $c$ ismét törtszám lenne ($33/5$, ill. $132/31$), $b \ge 5$ esetén pedig $K \le 11/15 < 9/11$.

Minden esetet megvizsgáltunk, és egyik esetben sem találtunk megfelelő számhármast. A feladat első részében kimondott állítást ezzel bebizonyítottuk.

Vizsgáljuk meg ezek után a feladat második részében feltett kérdést. Ha $a \ge 3$, akkor $K$ értéke $a=b=c=3$ esetén 1-gyel egyenlő, $b \ge 3$, $c>3$ esetén viszont már csak legfeljebb $11/12$, ami kisebb $41/42$-nél. Mivel $a=1$ sem lehetséges, a fennmaradó lehetőség $a=2$. Ekkor $b \ge 3$. Ha $b=3$, akkor $K$ értéke $c \leqq 6$ esetén legalább 1, $c \ge 7$ esetén pedig legfeljebb $41/42$. Ha $b=4$, akkor $c=4$ esetén $K=1$, $c \ge 5$ esetén $K \leqq 19/20 < 41/42$. Ha $b \ge 5$, akkor $K 9/10 < 41/42$.

Több eset nem lévén, megállapíthatjuk, hogy a reciprokösszeg értéke nem eshet $41/42$ és 1 közé. (**L. L.**)

*Dzvonyár Péter* (Budapest, Könyves K. Gimn., IV. o. t.)

*Megjegyzés.* $41/42$ és 1 már előállítható a kívánt módon, hiszen

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}=\frac{41}{42}$$

ill.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1.$$