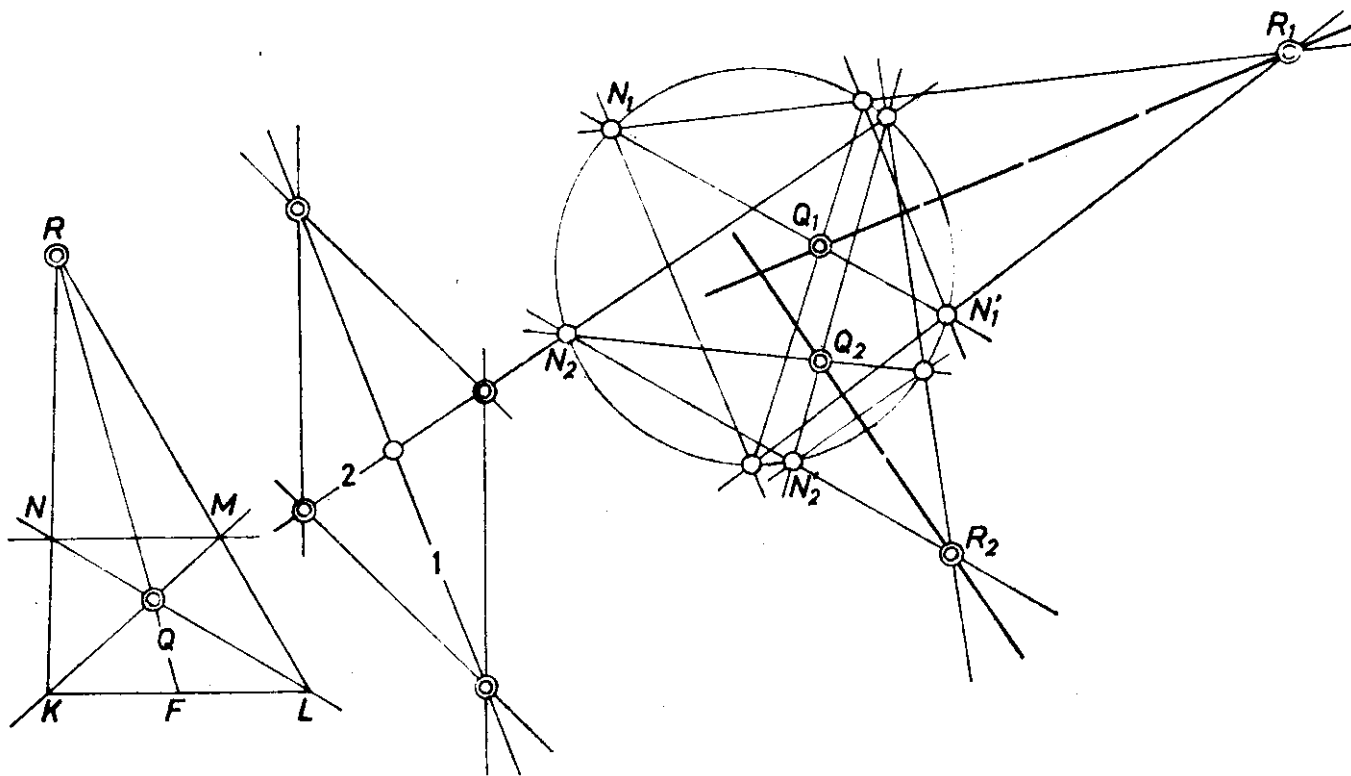


Szerkesztésünk a következő tételen és *megfordításán* alapul. Legyen a $KLMN$ (konvex) trapézban $MN \parallel KL$ és $MN \neq KL$, továbbá jelöljük a KM, LN átlók metszéspontját Q -val, a KN, LM szárak egyenesének metszéspontját R -rel; ekkor a QR egyenes felezi a trapéz KL, MN alapjait. A tétel egyik megfordítása: Jelölje a KL szakasz felezőpontját F , a sík tetszőleges (de nem a KL egyenesen levő) pontját R , az FR egyenes, tetszőleges (de F és R -től különböző) pontját Q . Megrajzolva még az RR és QL , valamint a QK és RL egyeneseket, ezeknek N , ill. M metszéspontja egy, a KL -el párhuzamos egyenest határoz meg.

Rekonstruálhatjuk azonban az ábrát a következőképpen is: legyen a sík tetszőleges pontja N , az NK egyenes N -től és K -tól különböző pontja R , az RF és NL egyenesek metszéspontja Q végül QK és RL metszéspontja M . (Itt megkülönböztetett szerepet adtunk a szimmetrikus K, L pontpár elemeinek, és azt értük el, hogy az NM párhuzamos egyenes nemcsak „valahol” keletkezik, hanem átmegy az általunk megválasztott N ponton.)



Rátérve feladatunkra, a megfordított tétel kiindulását biztosítja az adott paralelogramma átlóinak megrajzolása, ezáltal hozzájutunk két különböző irányú felezett szakaszhoz. Szerkeszthetünk tehát a körhöz két különböző irányú párhuzamos szelőpárt, és így a kimetszett húrok végpontjai egy-egy szimmetrikus trapéz csúcsait jelölik ki. Végül az elsőnek kimondott tétel alapján megkaphatjuk mindegyik húrpár felezőpontjainak összekötő egyenesét, ezek az adott körnek is szimmetriatengelyei, átmérői, tehát metszéspontjuk a kör keresett középpontja.

Célszerűbb a megfordított tétel vonalainak sorrendjét a második megfogalmazás szerint választani, mert így N -t a kör pontjaként mi választhatjuk (egymás után 4-szer) és elérhetjük, hogy a húrok különböző hosszúak legyenek. Így pedig az utolsó lépésben az R pont (a szárak metszéspontja) nem túl messze jön létre.

Megjegyzések. 1. A leírt szerkesztés a paralelogramma és a kör minden lehetséges helyzetében elvégezhető, ha – mint szokás – vonalzónkat tetszőleges hosszúnak képzeljük, illetve az egyeneseket meghosszabbíthatjuk. Elvileg egész más kérdés volna – csak megpendítjük –, ha véges hosszú vonalzóval a hosszánál távolabb fekvő pontok összekötő egyenesét kívánnánk megszerkeszteni.

2. A kör középpontját ismerve, tetszőleges, rajta átmenő egyenesen kapunk felezett szakaszt – esetleges további célokra.

3. Már a paralelogramma C középpontjának meghatározása után is kaphatunk tetszőleges irányú felezett szakaszokat (általában kettőt is): a C -n átmenő egyenes a két oldalegyenespárt szimmetrikus pontokban metszi.

4. A paralelogramma és a kör kölcsönös helyzete szerint esetenként ügyeskedhetünk: csökkenthetjük a szerkesztési lépések számát, alkalmasan választva a pontokat. Megemlítjük csupán, hogy ha a paralelogramma mindegyik oldalegyenese szelője a körnek, akkor nincs is szükség a paralelogramma középpontjára. Néhány versenyző csak ilyen helyzetre tudta elvégezni a szerkesztést.