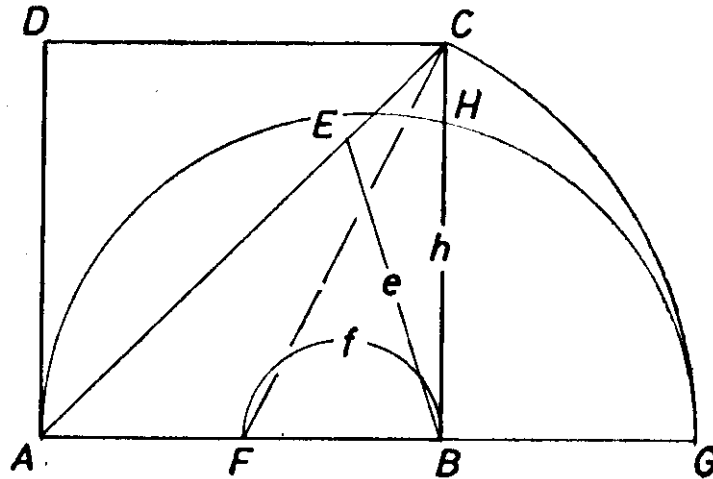


Láttuk az F. 2250. feladatban¹, hogy a $h = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = 0,786\ 15\dots$ szám jó közelítő értéke az $f = \pi/4 = 0,785\ 39\dots$ -nek (1 ‰-nél kisebb hibával), ahol mindkét tizedestört alsó közelítő érték, 5 értékes számjegyre, és π -ből első 6 értékes jegyét használtuk fel : 3,141 59. Ezekből a vizsgálandó kifejezés nevezőjére csupán 2 értékes jegyet tartalmazó korlátokat kapunk (éppen a közelítés miatt):

$$(1) \quad 0,00075 < h - f < 0,00077.$$

De mivel a hányadosban is 2 értékes jegyet kíván a feladat, azért (1) helyére már eleve több, legalább 3 értékes jegyet tartalmazó korlátokat keresünk, vagyis h -ra pontosabb közelítést. Nem lehet ugyanis megválaszolni a kérdést, ha nem döntünk h és e közelítésének mértékéről. Ezek azonban csak rajtuk állnak.



Írjuk így: $h = \sqrt{\sqrt{1,25} - 0,5}$. Az iskolai függvénytáblázatból 4 értékes jegyre $\sqrt{1,25} = 1,118$, és éppen nem látható, hogy ez alsó vagy felső közelítő érték. Ismeretes, hogy ekkor $1,25 : 1,118 = 1,118\ 067\ 97\dots$ is közelítés, és számtani közepük : $1,118\ 033\ 98\dots$ jobb közelítés:

$$\frac{1,118 + \frac{1,25}{1,118}}{2} - \sqrt{1,25} = \frac{(\sqrt{1,25} - 1,118)^2}{2 \cdot 1,118} < \frac{0,0005^2}{2} < 2 \cdot 10^{-7}.$$

Ez is felső közelítő érték, mert az eltérés pozitív (az 1,118 kiindulás pedig alsó közelítés volt).

Ezek szerint a $2 \cdot 10^{-7}$ -nel növelt számtani közepet 7 tizedesre fölkerekítve, felső közelítő értéket kapunk, továbbá alsót, ha $2 \cdot 10^{-7}$ -nel csökkentjük és lekerekítjük. Mindjárt levonjuk a 0,5 tagot :

$$0,618\ 0337 < h^2 < 0,618\ 0342.$$

A bal oldal négyzetgyökének alsó közelítő értéke 3 értékes jegyre 0,786, ennél fogva $0,618\ 0342 : 0,786 = 0,786\ 3030\dots$ felső közelítő érték, és ismét felső közelítő a számtani közepük, így

$$0,786\ 15 < h < 0,786\ 1515.$$

A π -ből már eddig is felhasznált jegyekkel

$$-0,7854 < -f < -0,785\ 3975,$$

tehát (1) helyett ezt használhatjuk:

$$(1a) \quad 0,000\ 75 < h - f < 0,000\ 754.$$

A vizsgálandó kifejezés számlálójában $e = \sqrt{10}/4 = \sqrt{0,625}$. Itt a $\sqrt{10}$ is gyakran használt közelítő értéke a π -nek – bár durvább –, tehát tulajdonképpen ez a kérdésünk : hányszor kisebb a 2250. feladatbeli közelítés hibája a $\pi \approx \sqrt{10}$ hibájánál.

A fentiekhez hasonlóan finomítva a táblázatból vett értéket

$$0,790\ 5604 < e < 0,790\ 5695,$$

¹K. M. L. 61 (1980), 213. oldal.

és f -hez ismét a 6 értékes jegyet véve

$$0,005\,1694 < e - f < 0,005\,172.$$

És most már

$$(2) \qquad \frac{0,005\,1694}{0,000\,754} < \frac{e - f}{h - f} < \frac{0,005\,172}{0,000\,75}$$

Itt az alsó korlát $6,855\dots$, a felső $6,896$, azt kaptuk tehát, hogy elég volt tudni π , értékét 6 értékes jegyre, és a hányados 2 értékes számjegyre $6,9$.

5 értékes jeggyel $3,1416$ (a $3,141\,55 < \pi < 3,141\,65$ az intervallum) mellett (1a) jobb oldalára $0,000\,754$ helyére $0,000\,7765$ lép és (2) bal oldalára $6,65\dots$ Ez tehát nem elegendő a hányadosnak olyan intervallumba való bezárásához, amelynek minden számára egyértelmű a két értékes jegyre való kerekítés eredménye.