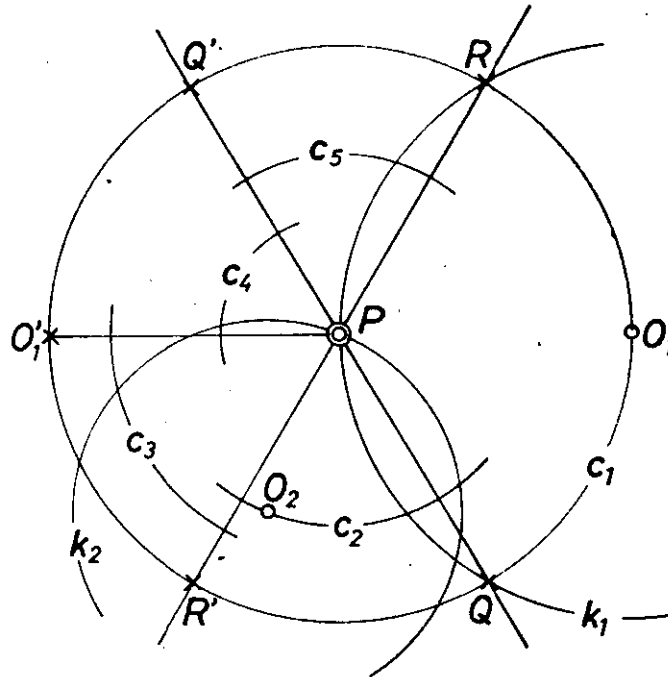


Megoldás. Jelöljük az adott pontot P -vel, a tőle legtávolabb levő körközéppontot O_1 -gyel (illetve ha több ilyen van, ezek bármelyikét); az O_1 közepű kört k_1 -gyel. Ekkor minden adott kör középpontja a P körüli, PO_1 sugarú c_1 körben van vagy ennek határvonalán. (A „cirkulus” szó kezdőbetűjével további nem az adottak közül való köröket fogunk jelölni.)



Messe c_1 a k_1 -et a Q és R pontban, és legyen Q, O_1, R tükörképe P -re Q', O'_1, R' . A k_1 kör lefed minden olyan körközéppontot, amely a QPR konvex körcikkbe esik, beleértve ennek határát is. A PR', PO'_1, PQ' sugarak c_1 hátra levő részét 4 további körcikkre osztják, nyílásszögük 60° . Megmutatjuk, hogy az ezekben eső középponthalmazok lefedésére is található egy-egy alkalmas kör az adottak közül. Elég ezt például a $PQR' = S$ körcikkre belátni, hozzá értve a PQ, PR' sugarakat is; a további három körcikkben ugyanezt a gondolatmenetet alkalmazzuk.

Föltehetjük, hogy a kiszemelt S szektorban van adott középpont, hiszen ha sem ebben, sem a többi 3-ban nem volna, máris készen volnánk. Legyen az S -beli körközéppontok közül a P -től legtávolabbi – vagy egy az ilyenek közül – O_2 , ekkor az S -beli középpontok benne vannak a QPR' szögtartományban abban a részében is, amely a P körüli, O_2 -n átmenő c_2 körnek is a belsejébe esik vagy a határára. Ezt a részt pedig nyilván lefedi az O_2 körüli adott k_2 kör.

Ezzel bebizonyítottuk az állítást.

Terenyi Zoltán (Jászberény, Lehel Vezér Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések: 1. A megoldásban nem használtuk ki, hogy pontosan 1980 db körünk van, csak azt, hogy véges sok.

2. Könnyen látható, hogy 4 kör nem mindig tehet eleget a követelménynek, pl. abban az esetben, ha 5 középpont szabályos ötszöget alkot P középponttal, a többi $n - 5$ középpont pedig P -hez „közel” van.

3. Fontos az is, hogy lehet egy középpont valamelyik kiválasztott körnek a határán is, mert különben ha 6 középpont szabályos hatszöget alkot P középponttal, és nincs nagyobb az adott körök között, mint ez a 6, akkor nem teljesülne a követelmény.