Az előjelek különböző megválasztásával kapható számokat jelöljük $S_1,\ S_2,\ \ldots,\ S_{32}$-vel. Azt kell bizonyítanunk tehát, hogy

$$S=|S_1|+|S_2|+\ldots+|S_{32}|\leq 32.$$

Az $(|S_i|-1)^2\geqq 0$ egyenlőtlenség alapján $2|S_i|\leq 1+S_i^2$ tehát

$$2S\leq 32+(S_1^2+S_2^2+\ldots+S_{32}^2). \tag{1}$$

Vizsgáljuk meg a zárójelben álló négyzetösszeget. Tetszőleges i-re

$$S_i^2=x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2\pm 2x_1x_2\pm 2x_1x_3\pm\ldots\pm 2x_4x_5.$$

Az első öt tag összege a feltétel szerint 1, ezek összege 32. Megmutatjuk, hogy a kétszeres szorzatok kiesnek. Valóban, $2x_jx_k$ előtt $+$ jel áll, ha S_i-ben x_j és x_k egyező előjelű – ez 16 esetben van így –, a többi 16 esetben pedig $-\ 2x_jx_k$ szerepel. Így tehát $S_1^2+\ldots+S_{32}^2=32$, amivel (1) alapján beláttuk a feladat állítását.

Egyenlőség csak akkor áll, ha $|S_i|=1$ minden $i=1,\ 2,\ \ldots,\ 32$-re, ez pedig azt jelenti, hogy az $x_1,\ x_2\ \ldots,\ x_5$ számok közül ez egyik 1 abszolút értékű, a többi pedig nulla.

Csente Mária (Komarno, Magyar Tannyelvű Gimn., III. o. t.)