

Jelöljük $(i; j)$ -vel a sakkjáblának azt a mezőjét, amely balról számítva az i -edik oszlopban és alulról számítva a j -edik sorban van. Egy mező a bal alsó sarokhoz közelebb van, ha középpontjának a tábla bal alsó sarokpontjától mért távolsága kisebb a másik mező középpontja távolságánál. Tehát pl. $(1; 2)$ közelebb van a bal alsó sarokhoz, mint $(2; 2)$. Lássuk el az $n \times n$ -es sakkjábla mezőit a „+” és „-” jelek valamelyikével az alábbiak szerint (1. ábra):

I. Az $(1; 1)$ -es mező legyen -.

II. A többi mező közül legyen

- + minden olyan mező, ahonnan a szabályoknak megfelelően csak --ra léphetünk,
- minden olyan mező, ahonnan a szabályoknak megfelelően léphetünk +-ra is.

8	-	-	-	-	+	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	+	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-	+
4	-	-	-	-	-	+	-	-
3	-	-	+	-	-	-	-	-
2	+	-	-	-	-	-	-	-
1	-	+	-	-	-	-	-	-
	1	2	3	4	5	6	7	8

1. ábra

-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	+	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	+	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	+	-
-	-	-	-	+	-	-	-
+	+	-	-	-	-	-	-
-	+	-	-	-	-	-	-

2. ábra

Mivel „+” jelet csak akkor írhatunk egy mezőbe, ha már minden olyan mezőt megjelöltünk, ahová az illető mezőről léphetünk, célszerű a mezők megjelölését a bal alsó saroktól távolodva végezni. A bal alsó saroktól egyenlő távolságra levő mezők megjelölésének sorrendje tetszőleges. Egy távolabbi mezőt egy közelebbinél előbb is megjelölhetünk, ha róla a közelebbi mezőre nem lehet lépni. Ez lehetővé teszi például, hogy először a 2×2 -es tábla mezőit jelöljük meg, majd ezt bővítsük 3×3 -asra és így tovább. (Nem tudunk ugyanis a királynővel egyetlen $m \times m$ -es tábláról sem lépni.)

A felső sorban az $(5; 8)$ mezőbe + jel kerül. Ha B ide helyezi a bábút, C csak - jelű mezőre tud lépni, ahonnan B ismét léphet + mezőre stb: A + és - mezők tulajdonságai folytán B arra kényszerítheti C -t, hogy mindig + mezőről lépjen. Mivel a bábu minden lépésben közelebb kerül a bal alsó sarokhoz, C legkésőbb a negyedik lépésében kénytelen $(1; 1)$ -be tolni a bábút, tehát B nyer.

A 7×7 -es táblán viszont fordított a helyzet. A felső sor bármelyik mezőjére is helyezi B a bábút, C nyerni tud éppen az előbb leírt stratégia alapján.

Kántor Zsolt (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. Felvetődhet a feladatnak olyan értelmezése is, amelyben „sarok” alatt sarokmezőt értünk. Ekkor az $(1; 2)$ és a $(2; 2)$ mező ugyanolyan messze van a bal alsó saroktól. Az eredmény szempontjából ez nem közömbös, hiszen ekkor a 8×8 -as táblát a 2. ábra szerint tölthetjük ki. Ekkor C -nek van nyerő stratégiája, a 7×7 -es táblán pedig B -nek.

2. Igazolható, hogy az 1. ábra kitöltését folytatva a $\left(\left[\frac{\sqrt{5}+1}{2} k \right] + 1; \left[\frac{\sqrt{5}+3}{2} k \right] + 1 \right)$, valamint a $\left(\left[\frac{\sqrt{5}+3}{2} k \right] + 1, \left[\frac{\sqrt{5}+1}{2} k \right] + 1 \right)$ mezőkbe $(k = 2, 3, \dots)$ kerül + jel. Így B -nek akkor és csak akkor van nyerő stratégiája, ha $n = 2, 3$ vagy $n = \left[\frac{\sqrt{5}+3}{2} k \right] + 1$ valamilyen $k \geq 2$ egész számra.