

A jobb és bal oldalon álló kifejezések különbségének $2n(2n-1)$ -szerese

$$\Delta = (2n-1)x^{2n-1}(x-1) - x^{2n-1} + 1 = (x-1) \left[(2n-1)x^{2n-1} - \frac{x^{2n-1}-1}{x-1} \right].$$

Ismeretes, hogy az $(x^{2n-1}-1)/(x-1)$ hányados értéke egy $(2n-1)$ tagú összeg, amelynek tagjai x^i alakúak, és bennük az i kitevő értéke 0-tól $(2n-2)$ -ig fut. Osszuk ki ennek megfelelően a tört előtt álló $(2n-1)$ tagot: mindegyik x^i elé éppen egy x^{2n-1} kerül. Az így keletkező $(x^{2n-1}-x^i)$ különbségekből megint kiemelhető $(x-1)$. Mivel ez a már kiemelt $(x-1)$ -gyel együtt a nem negatív $(x-1)^2$ -t adja, és a visszamaradó hányadosok mind pozitív x hatványok összegei, Δ valóban nem negatív.

Dohovics Károly (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. Gimn., IV. o. t.)