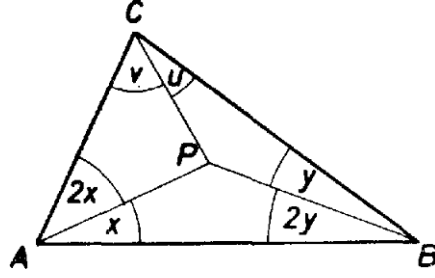


Legyen P az ABC háromszögben mondjuk az A -beli és B -beli szögharmadolók metszéspontja:

$$x = PAB \angle = \frac{1}{3} CAB \angle; \quad y = PBC \angle = \frac{1}{3} ABC \angle.$$



A PAB , PBC , PCA háromszögekben a szinusztétel alapján

$$PB : PA = \sin x : \sin 2y, \quad PC : PB = \sin y : \sin u, \quad PA : PC = \sin v : \sin 2x,$$

ahol u a PCB , v a PCA szöget jelöli. Mivel e három arány szorzata 1,

$$\sin x \sin y \sin v = \sin 2y \sin u \sin 2x,$$

vagyis

$$(1) \quad \frac{\sin v}{\sin u} = 4 \cos x \cos y,$$

hiszen $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, $\sin 2y = 2 \sin y \cos y$. Mivel $\cos x \cos y = \cos(x + y) + \sin x \sin y > \cos(x + y)$, és itt $(x + y)$ kisebb 60° -nál, emiatt (1) jobb oldalának az értéke nagyobb 2-nél:

$$(2) \quad \frac{\sin v}{\sin u} > 2,$$

így sem u , sem v nem lehet a BCA szög harmada.

Csak formálisan jelent új lehetőséget a $PAB \angle = \frac{1}{3} CAB \angle$ eset mellé a $PBA \angle = \frac{1}{3} CBA \angle$ esetet felvenni, hiszen ekkor $PCB \angle = \frac{1}{3} ACB \angle$ esetén B és C , $PCA \angle = \frac{1}{3} BCA \angle$ szög esetén pedig C és A léphet a fenti megfontolásba A és B helyére. Ezzel beláttuk, hogy nincs olyan ABC háromszög, amelynek a belsejében volna olyan P pont, hogy az AP , BP , CP félegyenes rendre harmadolja a BAC , CBA , ACB szöget.