Azt állítjuk, hogy $\sum_{i=1}^{1978} i^n$ minden 1978-nál kisebb pozitív egész n esetén osztható 1979-cel. Ezt n-re vonatkozó teljes indukcióval bizonyítjuk.

$n=1$ esetén igaz az állítás, mivel $\sum_{i=1}^{1978} i = 1979 \cdot 989$.

A következőkben belátjuk, hogy ha $\sum_{i=1}^{1978} i^k$ osztható 1979-cel minden n-nél kisebb k természetes szám esetén ($n < 1978$), akkor osztható $k=n$ esetén is.

A binomiális tétel szerint

$$\begin{aligned}
2^{n+1} =&(1+1)^{n+1} = 1^{n+1} + \binom{n+1}{1}1^n + \binom{n+1}{2}1^{n-1} + \ldots + \binom{n+1}{n}1 + 1\\
3^{n+1} =&(2+1)^{n+1} = 2^{n+1} + \binom{n+1}{1}2^n + \binom{n+1}{2}2^{n-1} + \ldots + \binom{n+1}{n}2 + 1\\
&\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots\\
1979^{n+1} =&(1978+1)^{n+1} = 1978^{n+1} + \binom{n+1}{1}1978^n + \binom{n+1}{2}1978^{n-1} + \ldots +\\
&+\binom{n+1}{n}1978 - 1.
\end{aligned}$$

Összeadva ezeket az egyenlőségeket:

$$1979^{n+1} = 1 + \binom{n+1}{1}\sum_{i=1}^{1978} i^n + \binom{n+1}{2}\sum_{i=1}^{1978} i^{n-1} + \ldots + \binom{n+1}{n}\sum_{i=1}^{1978} i + 1978.$$

Innen

$$(n+1)\sum_{i=1}^{1978} i^n = 1979^{n+1} - 1979 - \binom{n+1}{2}\sum_{i=1}^{1978} i^{n-1} - \ldots - \binom{n+1}{n}\sum_{i=1}^{1978} i.$$

Az indukciós feltevést figyelembe véve a jobb oldal minden tagja osztható 1979-cel, ezért $(n+1)\sum_{i=1}^{1978} i^n$ is osztható vele.

Mivel 1979 prímszám és $n+1 < 1979$, ez csak úgy lehetséges, ha $\sum_{i=1}^{1979} i^n$ osztható 1979-cel. Állításunkat ezzel bebizonyítottuk. Ebből $n = 1976$ esetén a feladat állítását kapjuk.

Erdélyi Tamás (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. Hasonló módon igazolható, hogy ha p prímszám, $k < p$ pozitív egész, akkor $\sum_{i=1}^{p-1} i^k$ osztható p-vel.