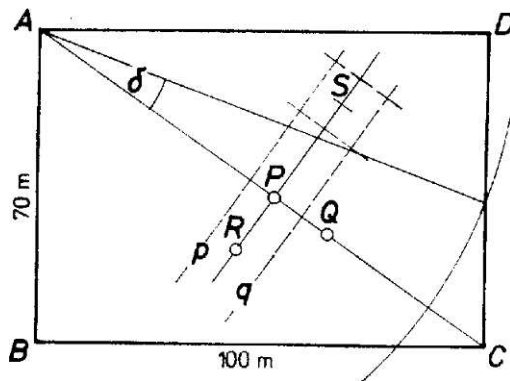


Jelöljük a pálya sarkait A, B, C, D -vel, közülük A legyen az, ahonnan a játékvezető indul. Ha A -ból nem látja a sípot, induljon a játékvezető a szemközti C sarok felé. Mindaddig menjen az AC mentén egyenesen előre, amíg meg nem látja a sípot vagy azt nem mondják neki, hogy az utolsó lépésével távolodott tőle. Az utóbbi esetben jelöljük az utolsó lépés kezdőpontját P -vel, végpontját Q -val. Térjen vissza most a játékvezető Q -ból P -be, és innen az AC egyenesre merőlegesen lépjen egyet. Ha ezzel közelebb jut a sípjához, menjen tovább egyenesen mindaddig, amíg azt meg nem látja. Különbben az AC egyenesre merőleges egyenesen az ellenkező irányba menjen mindaddig, amíg meg nem látja a sípot.



Ha a játékvezető az AC egyenesen haladva látja meg a sípot, nyilvánvalóan legfeljebb $[d+1]$ -et lép. (Szokás szerint $[x]$ -szel a legnagyobb, x -nél nem nagyobb egész számot jelöljük.) Különbben legyen q a PQ szakasz felező merőlegese, és p a q -nak P -re vonatkozó tükörképe. Mivel Q -ba lépve a játékvezető távolodott a síptól, az a q -nak P -t tartalmazó oldalán van. Mivel utoljára P -be lépve nem távolodott a síptól, a síp p -nek is a P -t tartalmazó oldalán van, tehát benne van a p, q egyenesek által határolt sávban. Jelöljük az AC -re merőlegesen tett első lépés végpontját R -rel. Ha ezzel közelebb jut a játékvezető a síphoz, a síp az AC egyenes R -t tartalmazó oldalán van, különben az ellentétes oldalon kell lennie. Akárhogy is van, a sáv közepén haladva a játékvezető nem mehet el a síp mellett anélkül, hogy meg ne látná, hiszen a középvonaltól a sáv határai fél méterre vannak, ő pedig 1 méterről észreveszi a fűben a sípot. Ha mondjuk S -be lépett utoljára, és onnan látta meg a sípot, akkor egyrészt $AS \leq d+1$, másrészt $AP + PS \leq AS \cdot \sqrt{2}$, aminél a szükséges lépések száma legfeljebb 4-gyel több. (Két lépést jelent a Q -ból való visszafordulás, amihez újabb két lépés járul, ha R -ből is vissza kell fordulnia.) Tehát a játékvezető legfeljebb $\lceil \sqrt{2}(d+1) \rceil + 4$ lépéssel megtalálja a sípját.

Megjegyzés. Tekintsük az A középpontú, d sugarú körnek az $ABCD$ téglalapba eső darabját. Vágjuk ezt ketté az AC egyenessel, és jelöljük a nagyobb darabhoz tartozó középponti szöget δ -val. Ha $\delta < 45^\circ$, a fenti becslésben $\sqrt{2}$ helyére a nála kisebb $(\cos \delta + \sin \delta)$ írható. Így ha $d > 100$, a fenti stratégia mellett általában kevesebbet kell lépnie a játékvezetőnek, mintha A -ból D felé indulna, majd az AD -re merőleges egyenes mentén folytatná a keresést. Nevezetesen, ha $d = AC$, a mi stratégiánk mellett 122 lépés elég, AD mentén indulva pedig 170 lépés kell. Jelöljük általában $L(T)$ -vel egy tetszőleges stratégia esetén a szükséges lépések számát, ha a sípot T -ben találja meg a játékvezető, és legyen $M(d)$ az $L(T)$ számok maximuma azokon a T pontokon, amelyekre $AT = d$. Legyen $m(d)$ az $M(d)$ számok minimuma az összes lehetséges stratégián. Ennek az $m(d)$ függvénynek csak $d = AC$ mellett határoztuk meg az értékét, a teljes függvény meghatározása igen nehéz feladat.

Ha d nem túl kicsi, előnyösebb, ha a játékvezető mindenféle irányban tesz egy-egy kutató lépést, és az ezekre kapott válaszok alapján indul el a síp felé. Vizsgálható a feladat végtelen nagy pályán is. Igen nehéz kérdésnek látszik azt eldönteni, hogy található-e olyan K szám és olyan stratégia, amely mellett tetszőleges nagy d mellett elegendő $[d+K]$ lépés a síp megtalálásához.