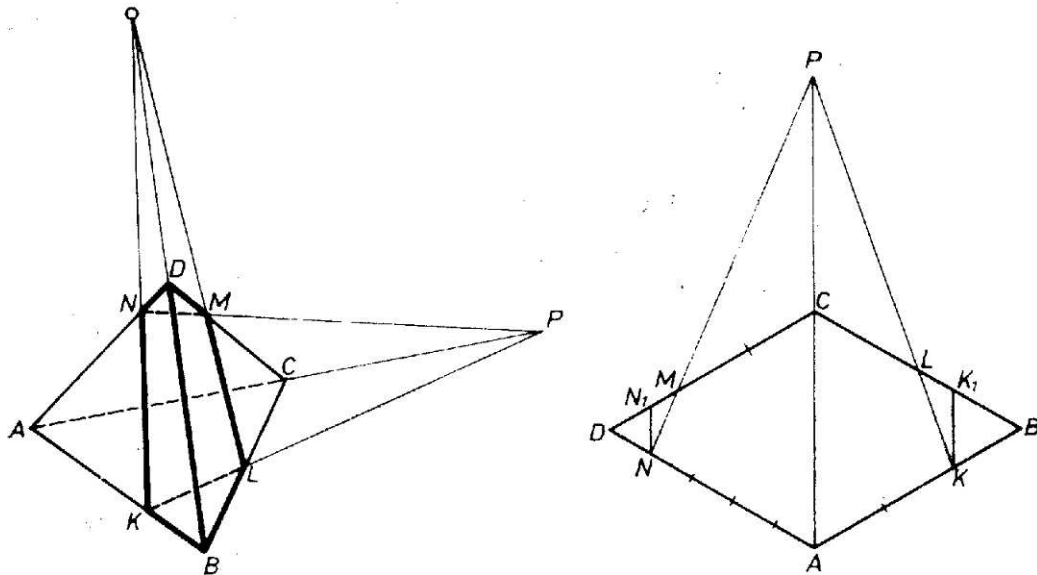


Az S metsző sík nem párhuzamos az AC (alap-) éllel, hiszen az ABC (alap-) lappal való KL metszésvonala nem párhuzamos AC -vel. Így kiszámíthatjuk AC és KL meghosszabbításai P metszéspontjának távolságát C -től (illetve az ACB alaplapon meg is szerkeszthetjük), ekkor pedig S és az ACD lap metszésvonala PM , és ez kimetszi az AD élen a sík N metszéspontját.



Húzzuk meg a párhuzamost AC -vel K -n és N -en át, és merte ez CB -t K_1 -ben CD -t N_1 -ben. Ekkor $LK_1 = LB - K_1B = BC \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6}BC = \frac{1}{3}LC$, és hasonló háromszögekből $CP = K_1K \cdot \frac{LC}{LK_1} = BC = AC$, tehát P az A csúcs tükörképe C -re nézve. Folytatólag

$$\frac{N_1N}{N_1M} = \frac{CP}{CM} = \frac{3}{2} = \frac{DN_1}{N_1M} = \frac{DM - N_1M}{N_1M} = \frac{DM}{N_1M} - 1,$$

tehát $N_1M = \frac{2}{5}DM$, $DN_1 = NN_1 = \frac{3}{5}DM = \frac{1}{5}DC$, azaz N a DA élt ötödöli: $AN = 4ND$. Tetraéderünket S a $KLMN$ négyszögben metszi.

Tartsuk úgy a tetraédert, hogy BD éle közelebb legyen hozzánk, mint AC . Ekkor a felszín innenső részét a BKL és DMN háromszögek és a $BDNK$, $BDML$ négyszögek adják. Az utóbbiak úgy keletkeznek a BDA , BDC lapból, hogy elveszük belőlük az S mögé jutó KNA , ill. MLC háromszöget. Az említett 4 részháromszög mindegyikének egyik szöge az eredeti 60° – így könnyű meghatározni a 4 részháromszög és az eredeti lap területének arányát. Valóban, az ismert $t = \frac{ab}{2} \sin \gamma$ képletben közös a $\frac{\sin \gamma}{2}$ tényező, így a háromszögek területei arányosak a 60° -os szöget bezáró oldalaik szorzatával. Az eredeti lapok arányszáma $1 \cdot 1 = 1$, a részeké

$$\begin{aligned} AK \cdot AN &= \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}, & BK \cdot BL &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}, \\ CL \cdot CM &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}, & DM \cdot DN &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}, \end{aligned}$$

és ezért a lapok négyszög részeire az arányszám sorra

$$KNDB\text{-re } 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}, \quad KLCA\text{-ra } \frac{5}{6}, \quad LMDB\text{-re } \frac{2}{3}, \quad MNAC\text{-re } \frac{14}{15}.$$

Így az elülső és a hátulsó felszínrész arányszámainak összege

$$\frac{1}{6} + \frac{7}{15} + \frac{2}{3} + \frac{1}{15} = \frac{41}{30}, \quad \text{illetve} \quad \frac{5}{6} + \frac{8}{15} + \frac{1}{3} + \frac{14}{15} = \frac{79}{30},$$

és ebből a keresett arány $41 : 79$, az elől álló arányszám az eredeti BD élt, a hátul álló az AC élt tartalmazó felületi részre vonatkozik.

Megjegyzés. Meghatározhatjuk N helyzetét S és a BD élegyes metszéspontjából is, ez B -nek D -re vonatkozó tükörképe.