A klub egyik tagja legyen x. Az alapszabály értelmében ennek 4-szerese, azaz $4x$ is tag, ennek négyszerese, 4^2x stb. vagyis minden k természetes számra 4^kx is tagja a klubnak.

Legyen most $y \geqq 1$ tetszőleges természetes szám. Azt szeretnénk megmutatni, hogy y is tagja a klubnak. Ehhez elegendő olyan t tagot találnunk, amelyre $y^2 \leqq t < (y+1)^2$, hiszen ekkor t négyzetgyökének egész része éppen y, és így az alapszabályzat értelmében tag. Ahhoz, hogy ilyen t tag létezzen, elegendő, hogy legyen olyan u tagja a klubnak, melyre $y^4 \leqq u < (y+1)^4$, ekkor u négyzetgyökének egész része megfelelő t tagot ad. Általában ha van a klubnak az $\left[y^{2n},\ (y+1)^{2n}-1\right]$ zárt intervallumba eső tagja, akkor az alapszabályzat második feltételét n-szer alkalmazva kapjuk, hogy y-nak is tagnak kell lennie. Mivel 4^kx minden k-ra tag, elegendő bizonyítanunk, hogy léteznek olyan k és n természetes számok, melyekre

$$y^{2^n} \leqq 4^kx < (y+1)^{2^n} \tag{1}$$

vagy mindjárt 4 alapú logaritmusra áttérve

$$2^n \log_4 y - \log_4 x \leqq k < 2^n \log_4(y+1) - \log_4 x. \tag{2}$$

Mivel $0 \leqq \log_4 y < \log_4(y+1)$, azért választhatjuk n-et olyan nagyra, hogy a jobb és bal oldal értéke legalább 1-gyel térjen el $\Big($ehhez 2^n-nek nagyobbnak kell lennie $\left(\log_4(y+1)-\log_4 y\right)^{-1}$-nél$\Big)$, továbbá hogy a jobb oldalon 1-nél nagyobb szám álljon. Ilyen n-re mindig található (2)-t kielégítő k természetes szám (például a legnagyobb, de a jobb oldalánál még kisebb egész szám mindig megfelelő). Találtunk tehát (2)-t s ezzel (1)-et kielégítő k, n természetes számokat, amivel a feladat állítását is igazoltuk.