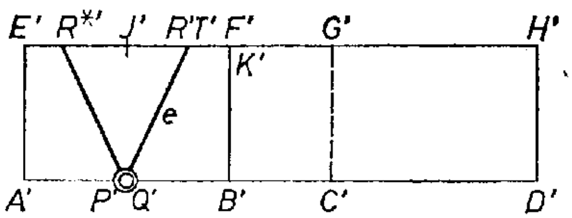
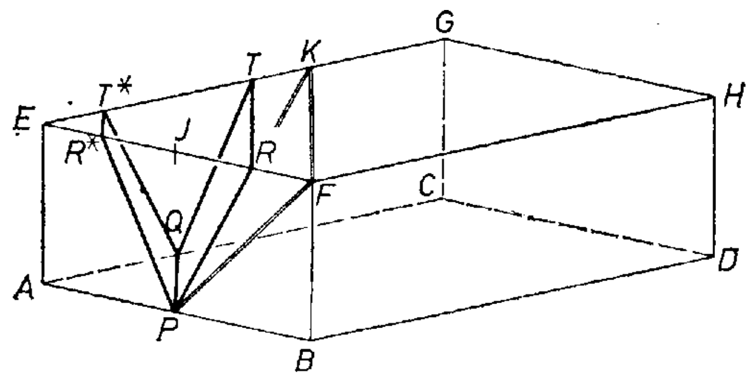
Legyen a kocka alaplapja $ABCD$, fedőlapja $EFHG$. Ha a kockát egy, a PQ egyenesre merőleges S_0 síkra vetítjük, a PQ egyenest pontnak, a PQ tengely körül elfordítható sík metszeteit egyenesszakaszoknak látjuk és könnyen megszámlálhatjuk az átmetszett éleket, ami egyben a metszet oldalainak a száma.

Bármely X pont vetületét X'-vel jelöljük, $X = A, B, \ldots, P, Q, \ldots$ Az egybeeső P', Q' vetület felezi $A'B'$-t és harmadolja $A'C'$-t, ezért C' a P' tükörképe B'-re, továbbá $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{A'C'}$ és folytatólag $A'D'H'E'$ téglalap (az ábrákon a magasság zsugorítva). Mármost a metszet akkor és csak akkor négyszög, ha a forgó síknak S_0-on levő e vetülete az $A'B'F'E'$ téglalapból az $E'F'$ szakaszon lép ki, magát F'-t is megengedve, viszont E'-t nem. Ugyanis csak 3 oldala van a metszetnek, ha a kilépés $A'E'$-n vagy éppen E'-ben történik, viszont 5, 6, majd ismét 5 oldala van ha az $A'D'H'E'$-ből való kilépési pont az $F'G'$ szakaszra esik (ide értve magát G'-t is), illetve G' és H' között, végül ha H'-ben vagy a $H'D'$ oldalon van. – Így a mi síkmetszeteink további két csúcsa az EF és EG él változó R, ill. T pontja, de úgy, hogy $RT \| PQ$, a metszet trapéz, hiszen a fedőlappal és az alaplappal való metszésvonal párhuzamos. A trapéz magasságát az S_0-on Ievő vetületben valódi nagyságban látjuk.





Legyen EF felezőpontja J. Ha R a JF szakasz belsejében van, és J-re való tükörképe R^*, akkor a $PQTR$ és PQT^*R^* trapézok magasságai egyenlők: $P'R' = P'R^{*\prime}$, a párhuzamos oldalak összegeire viszont $PQ + RT > PQ + R^*T^*$, tehát az első trapéz területe nagyobb. Minden megengedett sík beletartozik egy ilyen párba, kivéve a PQJ és PQF síkokat, így a legnagyobb területű metszetet nem adhatja PQR^* típusú sík.

És mivel R-rel J-től F-ig haladva a trapézmetszet magassága is, RT is, így a párhuzamos oldalak összege is szigorúan monoton nő, azért a kérdéses metszet $PQFK$, ahol $EK = 2 \cdot KG$.

Kovács Zsolt (Szolnok, Verseghy F. Gimn., IV. o. t.)
Horváth László (Csurgó, Csokonai Vitéz M. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A talált metszet területe $AB^2\sqrt{14}/4$.