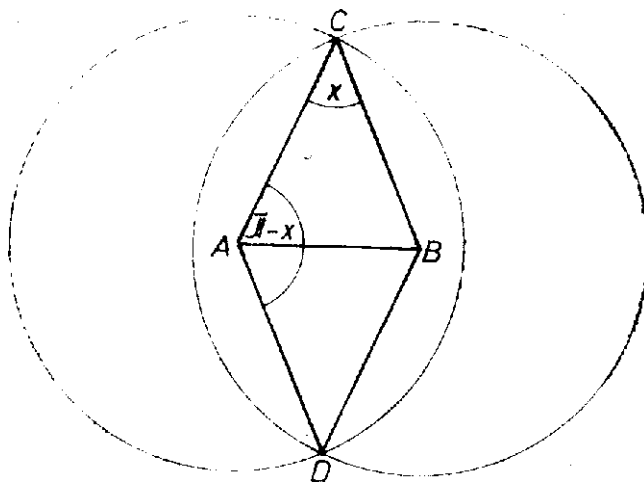


Jelöljük a körök középpontját  $A, B$ -vel, metszéspontjait  $C, D$ -vel, az  $ACB$  szöget  $x$ -szel.



A keresett távolság

$$AB = 2AC \sin \frac{x}{2} = 4 \sin \frac{x}{2},$$

a két kör közös részének területe pedig

$$T = AC^2(\pi - x) - 2T_{ABC} = 4(\pi - x) - 4 \sin x.$$

Ennyivel kisebb az együtt lefedett terület egy kör területének a kétszeresénél:

$$\begin{aligned} 4(\pi - x) - 4 \sin x &= 8\pi - 6\pi, \\ x &= \frac{\pi}{2} - \sin x. \end{aligned}$$

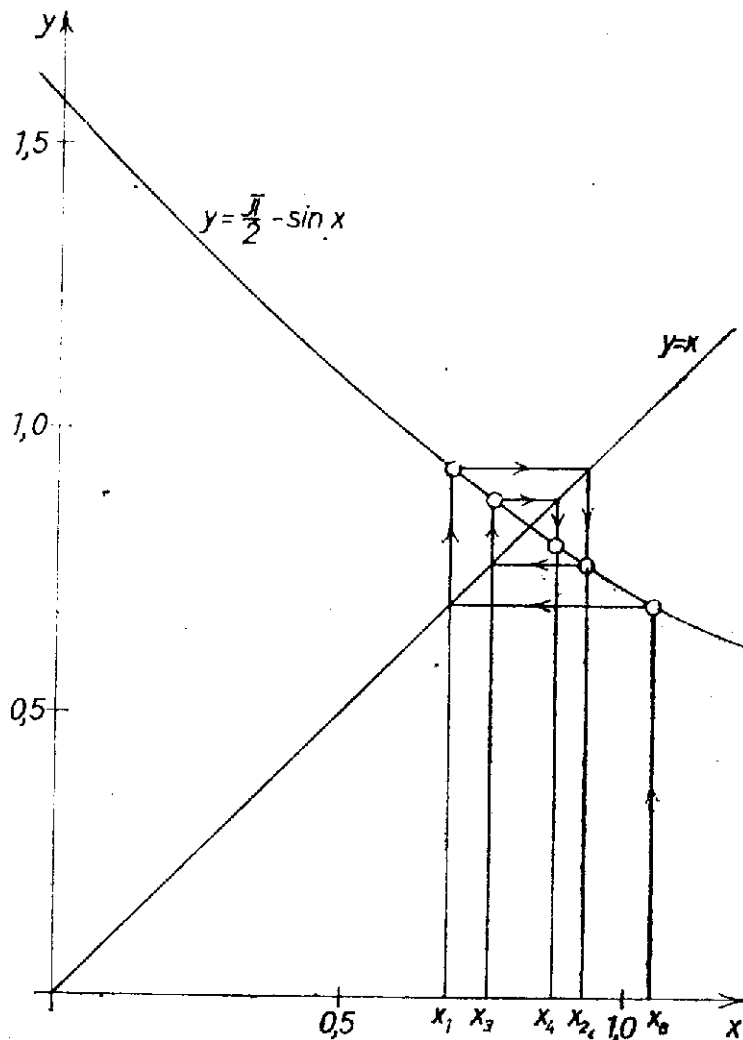
Könnyen látható, hogy  $AB < AC$ , így  $x < \frac{\pi}{3} = 1,05$ . Induljunk ki az  $x_0 = 1,05$  értékből, és helyettesítsük ezt az egyenlet jobb oldalába. Kapjuk az

$$x_1 = \frac{\pi}{2} - \sin x_0 = 1,57 - 0,87 = 0,70$$

értéket. Ebből hasonlóan tovább menve az

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{\pi}{2} - \sin x_1 = 1,57 - 0,64 = 0,93, \\ x_3 &= \frac{\pi}{2} - \sin x_2 = 1,57 - 0,80 = 0,77, \\ x_4 &= \frac{\pi}{2} - \sin x_3 = 1,57 - 0,70 = 0,87, \\ x_5 &= \frac{\pi}{2} - \sin x_4 = 1,57 - 0,76 = 0,81, \\ x_6 &= \frac{\pi}{2} - \sin x_5 = 1,57 - 0,72 = 0,85, \\ x_7 &= \frac{\pi}{2} - \sin x_6 = 1,57 - 0,75 = 0,82 \end{aligned}$$

értékeket kapjuk. Közben az iskolai függvénytáblázatok „Trigonometrikus függvények” részét használtuk, mert ebben található a radiánokban mért szögek sinusza. Nem lett volna értelme két értékes jegynél többet kivenni a táblázatból, hiszen a kapott közelítések még pontatlanok. Sorozatunk két oldalról közelíti meg a keresett gyököt,  $x_1, x_3, x_5, x_7$  kisebb nála,  $x_0, x_2, x_4, x_6$  pedig nagyobb.



Az  $x_8 = 0,83$  és  $x_9 = 0,84$  helyeken a jobb oldal értéke (most már felhasználva a táblázat összes jegyét)

$$1,5708 - 0,7379 = 0,8329 > x_8 \quad \text{és} \quad 1,5708 - 0,7446 = 0,8262 < x_9,$$

tehát a gyök e két érték között van, valahol ott, ahol  $\sin x_{10} = 0,74$ . Itt (a ciklotrimikus függvények táblázata alapján)  $x_{10} = 0,8331$ , ami ugyanúgy kisebb  $(\pi/2 - \sin x_{10})$ -nél, mint az  $x_9$  a  $(\pi/2 - \sin x_9)$ -nél. Tehát

$$x_8 = 0,83 < x < x_{10} = 0,8331.$$

Nem célszerű közvetlenül a táblázatból kiolvasni  $\sin x/2$  megfelelő határait, pontosabb becslést ad a

$$\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

összefüggés. Ebből kapjuk, hogy

$$2,600 = 8(1 - 0,675) < 16 \sin^2 \frac{x}{2} < 8(1 - \sqrt{1 - 0,74^2}) < 8(1 - 0,672) = 2,624,$$

$$1,612 < AB < 1,620.$$

Tehát a két keresett tört  $161/100$  és  $162/100$ .