

A kívánt csoportosítás nyilván csak akkor végezhető el, ha az 1-től n -ig terjedő természetes számok összege osztható 3-mal. Mivel ez az összeg $n(n+1)/2$, a megoldhatóság szükséges feltétele, hogy n vagy $n+1$ osztható legyen 3-mal.

A teljes indukció módszerével bebizonyítjuk, hogy $n > 3$ esetén ez a feltétel elegendő is. (Ha a $n \leq 3$, nyilvánvalóan nem képezhetünk megfelelő csoportokat.)

$n = 5$ esetén a csoportokba bontás lehetséges. Az egyes csoportok: $\{1; 4\}$, $\{2; 3\}$, $\{5\}$.

$n = 6$ esetén pedig: $\{1; 6\}$, $\{2; 5\}$, $\{3; 4\}$.

Belátjuk, hogy ha a csoportokba bontás n -re lehetséges, akkor lehetséges $(n+3)$ -ra is.

Tekintsünk az $1, 2, 3, \dots, n$ természetes számok a feladatnak megfelelő csoportjait. Ha az 1-et kivesszük csoportjából és helyére az $n+3$ számot tesszük, továbbá majd az 1-et és vele az $(n+1)$ -et egy másik csoportba helyezzük el, végül a fennmaradó csoportba $n+2$ kerül, akkor mindhárom csoportban $n+2$ -vel nő a számok összege, az egyes csoportokba tartozó számok összege tehát továbbra is egyenlő. Összefoglalva: a kívánt csoportosítás akkor és csak akkor lehetséges, ha $n = 3k$, vagy $n = 3k - 1$, ahol $k \geq 2$ egész szám.

Homonnay Géza (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)