

Legyen k tetszőleges, 1 és n közötti egész. A

$$Q(x) = P(x)|x - k| = f(x) - P(x) \sum_{1 \leq i \leq n} |x - i| \quad (i \neq k)$$

függvény deriválható $x = k$ mellett, hiszen $f(x)$ is, $P(x)$ is, az $|x - i|$ függvények is deriválhatók itt tetszőleges $i \neq k$ mellett. Ha $x > k$ e függvény differenciahányadosa

$$\frac{Q(x) - Q(k)}{x - k} = P(x),$$

ami $P(k)$ -hoz tart, ha x tart k -hoz. Ha viszont $x < k$,

$$\frac{Q(x) - Q(k)}{x - k} = -P(x),$$

ami $-P(k)$ -hoz tart, ha x tart k -hoz.

Mivel $Q(x)$ deriválható $x = k$ mellett, e két határérték egyenlő, tehát $P(k) = 0$. Mivel itt k tetszőleges 1 és n közti egész volt, az n -ed fokú $P(x)$ -nek már n különböző gyökről tudunk, így csak

$$P(x) = a(x - 1)(x - 2) \dots (x - n)$$

jöhet szóba, ahol a tetszőleges 0-tól különböző szám. Ez viszont, épp a fenti gondolatmenet alapján meg is felel a követelményeknek.