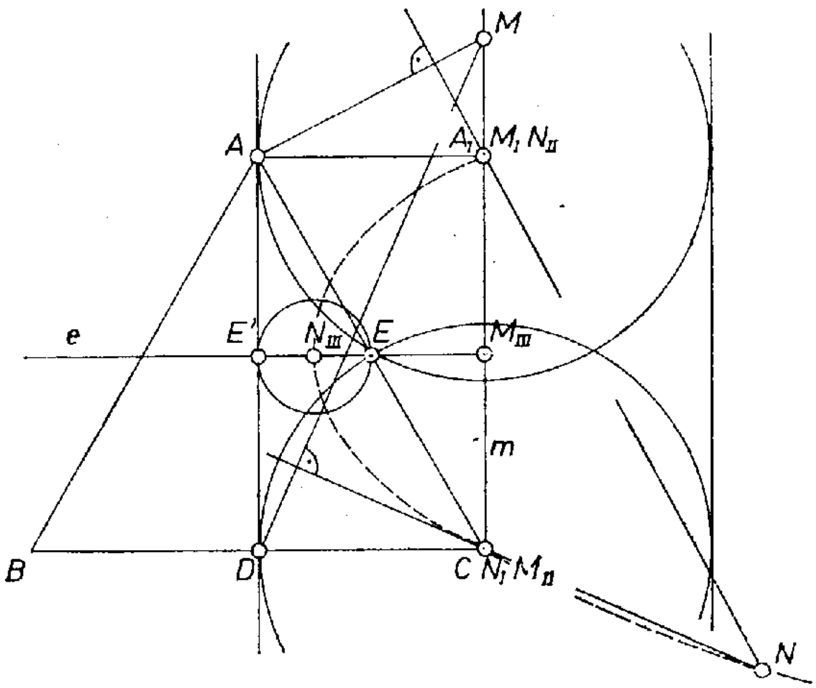
1. Keressük meg először a kérdéses egyenest, föltéve persze, hogy az állítás igaz. Ehhez M-et 3 speciális helyzetben vesszük föl.

I. M-et A_1-gyel azonosnak véve az első merőleges maga az m; ez átmegy C-n, a második merőleges fix pontján, így a második merőlegest meg sem kell rajzolnunk, ebben a fölvételben N_{I} azonos C-vel.



II. Hasonlóan, ha M-et, C-ben vesszük, a második merőleges azonos m-mel és N_{II}, azonos A_1-gyel. Így N_{I} és N_{II}, egymás tükörképei az A_1C szakasz e felező merőlegesére mint tengelyre, amelyen E, a körök fix pontja is rajta van. A két kör sugara egyenlő, 2 közös érintőjük van, AD és ennek eltoltja a $\overrightarrow{BC}$-ral.

III. Vegyük harmadszor M helyét m és e metszéspontjában, ekkor a két merőleges irányát meghatározó $M_{\mathrm{III}}A$ és $M_{\mathrm{III}}D$ egyenesek is tükrösek e-re. Így N_{III} az e-n adódik, és az $N_{\mathrm{III}}M_{\mathrm{III}}A_1$ és $M_{\mathrm{III}}A_1A$ derékszögű háromszögek hasonlósága alapján

$$N_{\mathrm{III}}M_{\mathrm{III}} = \frac{M_{\mathrm{III}}A_1^2}{A_1A} = \frac{3BC}{8},$$

vagyis N_{III} felezi az EE' szakaszt, ahol E' az E vetülete AD-re, az M_{III}-hoz tartozó kör az előbbi két jelöltünk közül AD-t érinti (E'-ben), erre kell tehát bizonyítanunk az állítást, ami egyébként most már így is kimondható: N rajta van azon a parabolán, amelynek fókusza E és vezéregyenese AD.

2. Válasszuk koordináta-rendszerünk origójául E'-t, és legyenek E koordinátái $\left(\frac{1}{2};\, 0\right)$, ekkor $A(0,\, h)$, $D(0,\, -h)$, $A_1(1,\, h)$, $C(1,\, -h)$, ahol $h = \sqrt{3}/2$, továbbá M tetszőleges helyzete $(1,\, t)$, ahol $t \neq 0,\, \pm h$, (ezekre már tudjuk az állítás helyességét).

AM iránytangense $t - h$, így az első merőleges egyenlete:

$$y = h - \frac{1}{t-h}(x-1).$$

Ebből a második merőleges egyenletét úgy kapjuk, hogy h helyére $(-h)$-t írunk:

$$y = -h - \frac{1}{t+h}(x-1).$$

Metszéspontjuk koordinátái:

$$N(t^2 - h^2 + 1;\ -t), \quad \text{azaz} \quad \left(t^2 + \frac{1}{4};\ -t\right),$$

és az NE sugár négyzete:

$$r^2 = \left(t^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 + (-t)^2 = t^4 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{16} = \left(t^2 + \frac{1}{4}\right)^2,$$

vagyis a sugár egyenlő N abszcisszájával.

Ez pedig azt jelenti, hogy a kör „bal szélső” (azaz legkisebb abszcisszájú) pontja éppen rajta van az ordinátatengelyen, a kör érinti AD-t. Állításunkat bebizonyítottuk.

Kamondi Zoltán (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., III. o. t.)