

A kijelölt műveletek elvégzésével és az összegezési képletek alkalmazásával olyan egyenlőtlenséget állítunk elő, amelynek a helyes vagy helytelen volta közvetlenül eldönthető.

$$(\cos x \cos y + \sin x \sin y)^2 \leq 4(1 - \sin x \cos y - \cos x \sin y + \sin x \cos x \sin y \cos y),$$

$$(\cos x \cos y - \sin x \sin y)^2 \leq 4 - 4 \sin(x + y),$$

$$1 - \sin^2(x + y) \leq 4 - 4 \sin(x - y),$$

$$1 \leq [2 - \sin(x + y)]^2.$$

Mivel $\sin(x+y) \leq 1$, az utoljára kapott összefüggés minden (x, y) -ra fennáll. Csak ekvivalens átalakításokat hajtottunk végre, ezért a feladat állítása is igaz. Egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn, ha $\sin(x+y) = 1$, azaz $x+y = \frac{\pi}{2} \pm 2n\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Laczkó Mátyás (Kecskemét, Katona J. Gimn., III. o. t.)